

Elke goedge maakte opgave levert drie punten op. ‘Goedge-
maakt’ wil zeggen: correct, volledig beargumenteerd en netjes
opgeschreven.

1. a. Bewijs dat een eindig product van discrete ruimten discreet is.
b. Voor elke $i \in \mathbb{N}$, zij X_i een discrete ruimte die meer dan één punt bevat. Bewijs dat $\prod_{i=1}^{\infty} X_i$ niet discreet is.
2. a. Bewijs dat een deelverzameling A van een ruimte X perfect is precies dan wanneer A gesloten is en geen geïsoleerde punten heeft.
b. In een productruimte $X \times X$ heet $\{(x, x) : x \in X\}$ de *diagonaal* van $X \times X$.
Bewijs dat een ruimte X Hausdorff is precies dan wanneer de diagonaal van $X \times X$ gesloten is in $X \times X$.
3. Bewijs dat elke compacte perfecte Hausdorffruimte overaftelbaar is.
4. Laat X een ruimte zijn, Y een Hausdorff ruimte en $f, g: X \rightarrow Y$ continue functies. Bewijs:
 - a. $\{x \in X : f(x) = g(x)\}$ is een gesloten deelverzameling van X .
 - b. Als f en g overeenstemmen op een dichte deelverzameling van X , dan $f = g$.

EINDE