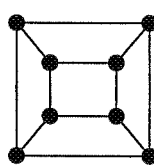


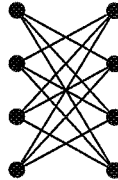
ZORG ERVOOR DAT JE HANDSCHRIFT LEESBAAR IS

Deel I (exclusief 5 bonuspunten)

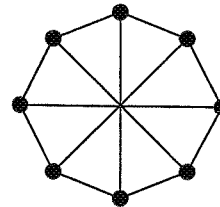
- 1 Laat G een simpele graaf zijn met k componenten, met elke component een boom (G heet dan ook een *bos*). Bewijs dat $n = m + k$, met $n = |V(G)|$ en $m = |E(G)|$. Je mag aannemen dat de bewering klopt voor $k = 1$. 5
- 2a Laat G een simpele, niet-verbonden graaf zijn. Bewijs dat het complement $\bar{G}$ van G verbonden is. 8
- 2b Laat door middel van een voorbeeld zien dat als G een simpele, verbonden graaf is, $\bar{G}$ ook verbonden kan zijn. 4
- 3 Welke van de volgende paren van grafen zijn isomorf? Leg je antwoord uit! 6



G1



G2



G3

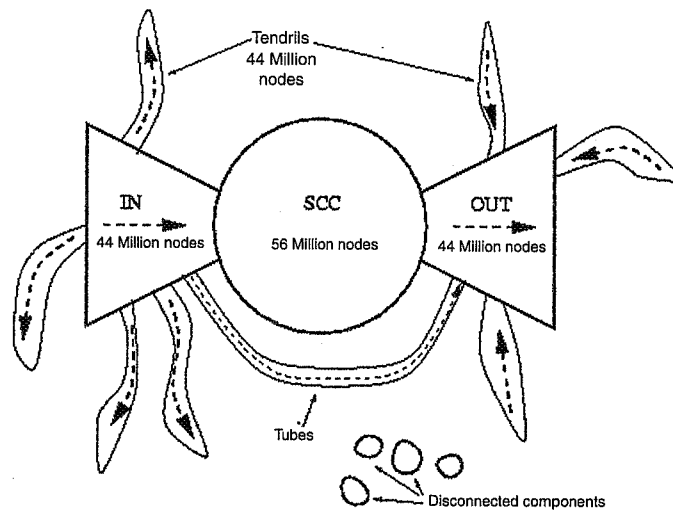
- 4 Beschouw een complete bipartiete graaf $K_{m,n}$, met $m, n > 0$. Voor welke waarden van m en n is $K_{m,n}$ Eulers? 4
- 5 Teken een simpele, verbonden graaf met *degree sequence* $(5, 5, 4, 4, 3, 3)$ en een met *degree sequence* $(5, 5, 2, 2, 2, 2, 2, 2)$. 4
- 6 Geef een algoritme dat bepaalt of een gerichte graaf sterk samenhangend is. 8
- 7 Bewijs dat elke niet-triviale, samenhangende graaf minstens twee knopen heeft die geen *cut vertex* zijn. 6

Deel II (exclusief 5 bonuspunten)

- 8 Geef een (formele of informele) definitie van *betweenness centrality*, en leg uit wat het eigenlijk meet. 4
- 9a Geef de definitie van een Erdős-Rényi random graaf $ER(n, p)$. 4
- 9b Leg uit dat de kans $\mathbb{P}[\delta(v) = k]$ in een $ER(n, p)$ graaf gelijk is aan $\binom{n-1}{k} p^k (1-p)^{n-1-k}$ 8
- 9c Bereken de clustering coëfficiënt for een $ER(n, p)$ graaf. 6

- 10a De macroscopische structuur van het Web ziet er uit als een vlinderdas. Leg uit waar *IN*, *SCC*, en *OUT* voor staan.

6

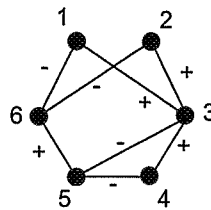


- 10b The Web graaf is een zogeheten schaalvrij netwerk. Leg uit wat bedoeld wordt met een schaalvrij netwerk.

6

- 11 Laat zien dat de volgende getekende ("signed") graaf gebalanceerd is. Leg je antwoord uit!

6



- 12 In zijn artikelen legt Brian Hayes uit hoe je telefoongesprekken kunt modelleren in een zogeheten *call graph*. Leg zijn model uit en noem een kenmerkende eigenschap wanneer het in de praktijk gebruikt wordt.

5

Cijferbepaling: (1) Tel per deel de behaalde punten bij elkaar op. (2) Laat T het totaal aantal behaalde punten voor de toets zijn ($0 \leq T \leq 50$); $D1$ het aantal behaalde punten voor deel 1; $D2$ het aantal behaalde punten voor deel 2. Het eindtotaal E is dan $\max\{T, D1\} + D2$.