

Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan

1. Laat

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ -1 & 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

- Bepaal de LU -factorisatie van de matrix A .
- Geef een basis voor de nulruimte van A en geef een basis voor de kolomruimte van A .
- Laat zien dat $\mathbf{x} = (1, 1, 0, 0)$ een oplossing is van de vergelijking $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
- Geef alle oplossingen van het stelsel $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

2. Laat

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & h \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

Definieer de afbeelding $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ door $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$.

- Voor welke waarde(n) van h is de afbeelding T surjectief en voor welke waarde(n) van h is T injectief?
- Laat $h = 3$. Ligt $\mathbf{b}$ in de verzameling die opgespannen wordt door de kolommen van A ?
- Laat $h = 0$. Is het stelsel $A^T\mathbf{x} = \mathbf{c}$ consistent?

3. Laat

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -7 & -9 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Bereken de inverse van A .
- Bepaal, met behulp van de regel van Cramer, de component x_3 uit de oplossing $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ van het stelsel $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

4. Bepaal of onderstaande beweringen juist of onjuist zijn. Indien de bewering juist is, geef dan een bewijs. Als de bewering onjuist is, geef dan een tegenvoorbeeld.
- Als A, B, C en D inverteerbare 2×2 -matrices zijn, dan is ook de 4×4 -blokmatrix $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ inverteerbaar.
 - Als A een $m \times n$ -matrix is met $m < n$, dan heeft het stelsel $A^T A \mathbf{x} = \mathbf{0}$ oneindig veel oplossingen.
 - Als A een $m \times n$ -matrix is en de vergelijking $A \mathbf{x} = \mathbf{0}$ heeft meer dan 1 oplossing, dan geldt voor alle $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ dat de vergelijking $A \mathbf{x} = \mathbf{b}$ ook meer dan 1 oplossing heeft.
 - Als A een 3×3 -matrix is waarvoor geldt dat $A^2 = A$, dan is de determinant van A gelijk aan 0 of 1.
5. a) Laat V een vectorruimte zijn en laat H_1 en H_2 twee deelruimten van V zijn. Toon aan dat de doorsnede $H_1 \cap H_2$ (d.w.z. de verzameling van alle vectoren die zowel in H_1 als in H_2 zitten) weer een deelruimte van V is.
- b) Laat V en W vectorruimten zijn en laat $T : V \rightarrow W$ een lineaire transformatie zijn. Toon aan dat als $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ een lineair afhankelijke verzameling in V is, dan is $\{T(\mathbf{v}_1), T(\mathbf{v}_2), T(\mathbf{v}_3)\}$ een lineair afhankelijke verzameling in W .

Normering:

1 : a) 3	2 : a) 3	3 : a) 3	4 : a) 2	5 : a) 3
b) 3	b) 2	b) 3	b) 2	b) 3
c) 1	c) 2		c) 2	
d) 2			d) 2	
9	7	6	8	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$