

Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan

1. De matrix A en de vectoren $\mathbf{b}$ en $\mathbf{c}$ worden gegeven door

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 3 & -8 & -5 \\ -1 & 2 & h \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

- a) Voor welke waarden van h zijn de kolommen van A lineair afhankelijk?
- b) Laat $h = 3$. Ligt $\mathbf{b}$ in de verzameling opgespannen door de kolommen van A ?
- c) Laat $h = 3$. Beschrijf de oplossingsverzameling van $A\mathbf{x} = \mathbf{c}$ in parametrische vectorvorm.

2. De lineaire afbeelding $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ wordt gegeven door

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{bmatrix} -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 4x_4 \\ 2x_1 - 6x_2 - 3x_3 + x_4 \\ -3x_1 + 8x_2 + 2x_3 - 3x_4 \end{bmatrix}.$$

- a) Geef de standaardmatrix A behorend bij de afbeelding T .
- b) Bepaal of de afbeelding T surjectief (onto) is, en of T injectief (one-to-one) is.
- c) Bepaal een verzameling vectoren die de nulruimte van A opspannen.

3. De matrix A wordt gegeven door

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}.$$

- a) Stel B is een 3×3 matrix waarvan de derde rij geheel uit nullen bestaat. Wat kun je dan zeggen over de derde kolom van AB^T ? Verklaar je antwoord.
- b) Bereken de inverse van A .
- c) Gebruik een cofactorexpansie langs de tweede kolom om de determinant van A te berekenen.

4. Gebruik de regel van Cramer om de oplossing van het volgende stelsel te berekenen:

$$\begin{cases} 5x_1 + 7x_2 &= 3 \\ 2x_1 + 4x_2 &= 1 \end{cases}$$

Z.O.Z.

5. Bepaal of onderstaande beweringen juist of onjuist zijn. Indien de bewering juist is, geef dan een bewijs. Als de bewering onjuist is, geef dan een tegenvoorbeeld.

- a) Laat A een $m \times n$ matrix zijn. Als $m > n$, dan is het stelsel $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ inconsistent voor alle $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$.
- b) Laat A een 2×2 matrix zijn, en laat I de 2×2 identiteitsmatrix zijn. Als $A^2 = I$, dan geldt $A = I$.
- c) Laat A en B $n \times n$ matrices zijn. Als AB inverteerbaar is, dan is ook A inverteerbaar.
- d) Laat A een $m \times n$ matrix zijn. Als A een pivotpositie in elke rij heeft, dan is de dimensie van de kolomruimte van A gelijk aan n .

6. $\mathbb{P}_2$ is de vectorruimte van alle polynomen van graad kleiner dan of gelijk aan 2. De verzameling $\mathcal{B}$ wordt gegeven door

$$\mathcal{B} = \{1 - t^2, t - t^2, 2 - t + t^2\}.$$

- a) Laat zien dat $\mathcal{B}$ een basis is voor $\mathbb{P}_2$.
- b) Vind de coördinaatvector van het polynoom $p(t) = 1 + 3t - 6t^2$ ten opzichte van de basis $\mathcal{B}$.

Normering:

1 : a) 2	2 : a) 1	3 : a) 2	4 : 3	5 : a) 2	6 : a) 3
b) 2	b) 3	b) 3		b) 2	b) 2
c) 2	c) 2	c) 2		c) 3	
				d) 2	
-----	-----	-----	-----	-----	-----
6	6	7	3	9	5

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$