

Eerste deeltentamen Kansrekening

26 maart 2014, 12.00-14.00

- Dit tentamen bestaat uit vijf opgaven en een bijlage. Er zijn 36 punten te behalen. Het cijfer wordt gegeven door $(4 + \text{aantal punten})/4$. Na de correctie kun je het nagekeken tentamen digitaal opvragen bij het onderwijsbureau.
- Het gebruik van een eenvoudige rekenmachine is toegestaan, dit mag geen grafische of programmeerbare rekenmachine zijn. Binomiaalcoëfficiënten mag je in de uitwerkingen laten staan.
- Geef een duidelijke toelichting bij je antwoorden.

1. Bij Franse roulette kan onder andere ingezet worden op de kleur van het nummer waar het roulettewiel zal stoppen. Als men inzet op ‘rood’ heeft men een kans van $\frac{18}{37}$ om te winnen en een kans van $\frac{19}{37}$ om te verliezen. Resultaten van afzonderlijke spelletjes roulette zijn onafhankelijk van elkaar. Maria wil een aantal spelletjes roulette spelen. Zij zet telkens in op rood en stopt met spelen zodra ze in totaal twee keer heeft gewonnen. Als dit echter na vijf spelletjes nog niet is gebeurd, zal ze ook stoppen met spelen. We schrijven Z voor het aantal spelletjes dat Maria heeft gewonnen als ze stopt met spelen en G voor de gebeurtenis dat zij in totaal vijf spelletjes speelt.

- (a) [3 punten] Bereken $P(G)$.
- (b) [3 punten] Bereken $\text{Var}(Z)$.
- (c) [3 punten] Bereken $P(Z = 2|G)$.

2. Ik heb twee pakketten met ieder 24 krokusbollen gekocht. Deze bollen zijn uiterlijk niet van elkaar te onderscheiden. Op de verpakking van pakket A staat dat de bollen in dit pakket zullen uitgroeien tot 8 witte, 8 gele en 8 paarse krokussen. Voor pakket B zijn de aantallen anders: de bollen van dit pakket zullen uitgroeien tot 6 witte, 6 gele en 12 paarse krokussen. Ik kies een willekeurig pakket (dat wil zeggen dat ieder pakket kans $\frac{1}{2}$ heeft om gekozen te worden). Uit dat pakket kies ik 3 willekeurige bollen en plant die in mijn tuin.

- (a) [3 punten] Bereken de kans dat uit deze 3 bollen alledrie paarse krokussen komen.
- (b) [3 punten] Laat G de gebeurtenis zijn dat alledrie de krokussen verschillende kleuren hebben en A de gebeurtenis dat ik pakket A heb gekozen. Bereken $P(A|G)$.
- (c) [3 punten] Stel dat de krokussen van pakket B allemaal op een rechte rij naast elkaar worden geplant. Bereken de kans dat de krokussen bij het uitkomen netjes ‘kleur bij kleur’ blijven staan.

3. Bij deze opgave heb je de bijlage nodig. Neem aan dat de systolische bloeddruk van vijfjarige jongens (gemeten in mmHg) normaal verdeeld is met een verwachting van 94 en een variantie van 121.

(a) [3 punten] Laat X de systolische bloeddruk van een willekeurige vijfjarige jongen zijn. Laat zien dat $P(90 < X < 105) \approx 0,48$.

(b) [3 punten] We meten de systolische bloeddruk van acht willekeurige vijfjarige jongens. Laat Y het aantal jongens zijn met een bloeddruk tussen 90 en 105 mmHg. Geef de naam van de verdeling, de kansmassafunctie, de verwachting en de variantie van Y .

4. Laat X een continue stochast zijn met dichtheidsfunctie

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & \text{als } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

(a) [3 punten] Bereken de cumulatieve verdelingsfunctie van X .

(b) [3 punten] Bereken $E(X^4)$.

(c) [3 punten] Voor welk interval I met lengte $1/2$ is $P(X \in I)$ maximaal?

5. [3 punten] In een bepaald kansexperiment met gebeurtenissen A en B geldt dat $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ en $P((A \cup B)^c) = \frac{1}{3}$. Zijn A en B onafhankelijk? Licht je antwoord duidelijk toe!

Bijlage: Cumulatieve distributiefunctie $\Phi(x)$ van de standaard normale verdeling

[illegible]