

Veegtentamen Kansrekening 1

21 oktober 2014, 8:45-10:45 uur

- Dit tentamen bestaat uit 4 vragen.
- Het totale aantal punten is 36.
- Cijfer = $\frac{\text{Aantal punten}}{4} + 1$.
- Motiveer altijd je antwoord.
- Binomiaalcoëfficiënten en faculteiten mag je laten staan in je antwoord.
- Alleen het gebruik van een niet-grafische rekenmachine is toegestaan.

1.

In een vaas zitten vier ballen, genummerd 1 t/m 4. Ambi trekt vijf keer met terugleggen een bal uit deze vaas.

- a) [2 punten] Stel een uitkomstenruimte S op zodanig dat iedere uitkomst dezelfde kans heeft. Geef ook $\#S$.

We bekijken de volgende gebeurtenissen:

$$\begin{aligned} A &= \{\text{Eerste bal is gelijk aan derde bal}\}, \\ B &= \{\text{Ambi pakt precies twee keer de bal met nummer 4}\}, \\ C_i &= \{\text{De bal met nummer } i \text{ wordt geen enkele keer gepakt}\}, i = 1, \dots, 4. \end{aligned}$$

- b) [3 punten] Beschrijf A als deelverzameling van S . Geef $\#A$ en bereken hiermee $P(A)$.
- c) [3 punten] Bereken $P(B)$.
- d) [3 punten] Bereken $P(C_i)$, voor $i = 1, \dots, 4$.
- e) [4 punten] Bereken $P(C_1 \cup C_2 \cup C_3)$.

2.

Stel dat er in de botanische tuin van de VU 15 konijnen leven. We vangen er 6, merken deze konijnen en laten ze weer los. Een week later gaan we weer naar de botanische tuin en vangen we 4 konijnen. Laat de stochast X het aantal gemerkte konijnen hiervan zijn.

[4 punten] Bereken de kansmassafunctie van X .

3.

Aan een tentamen doen 25 studenten mee: 4 vrouwelijke wiskundestudenten, 6 mannelijke wiskundestudenten en 15 studenten BA. We kiezen één van de 25 studenten volstrekt willekeurig en beschouwen de volgende gebeurtenissen:

$$A = \{\text{Meisje gekozen}\},$$
$$B = \{\text{Wiskundestudent gekozen}\}.$$

- a) [3 punten] Hoeveel vrouwelijke BA-studenten dienen mee te doen aan het tentamen opdat gebeurtenissen A en B onafhankelijk zijn?

Neem in het vervolg aan dat er 8 vrouwelijke BA studenten meedoen aan het tentamen. (En dus 7 mannelijke BA studenten.)

- b) [3 punten] Bereken de conditionele kans $P(B|A)$.

We gaan nu op een andere manier een student kiezen. We gooien eerst met een zuivere munt. Als de uitkomst ‘kop’ is, kiezen we een BA-student volstrekt willekeurig. Terwijl als de uitkomst ‘munt’ is, we een wiskundestudent volstrekt willekeurig kiezen.

- c) [3 punten] Het blijkt dat we een jongen gekozen hebben. Wat is de conditionele kans dat we kop gegooit hadden?

4.

Robin gooit tien keer met een zuivere dobbelsteen. Laat de stochast X het aantal keer zijn dat Robin een 6 gooit.

- a) [2 punten] Geef de waardenverzameling, kansmassafunctie, verwachting en variantie van X . (NB: je hoeft deze dus niet te berekenen!)

Robin speelt het volgende spel. Hij gooit dus tien keer met een zuivere dobbelsteen. Voor elke 6 die hij gooit, krijgt hij 3 euro, maar voor elke keer dat hij geen 6 gooit, moet hij 1 euro betalen. Laat Y de winst van Robin zijn. (Let op: verlies is negatieve winst.)

- b) [3 punten] Bereken $E(Y)$ en $Var(Y)$.

- c) [3 punten] Bereken $E(2^X)$. (Hint: gebruik dat $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k} = (x+y)^n$).