

Tentamen Kansrekening I voor BWI

25 maart 2008, 15.15-18.00

- Dit tentamen bestaat uit zes opgaven en een bijlage. Er zijn 45 punten te behalen. Het cijfer wordt gegeven door $(5 + \text{aantal punten})/5$.
- Het gebruik van een 'gewone' rekenmachine is toegestaan, er mogen geen grafische of programmeerbare rekenmachines gebruikt worden.
- Geef een duidelijke toelichting bij je antwoorden.
- Na de correctie liggen de tentamens ter inzage bij het onderwijsbureau.
- Veel succes!

1. Vijf personen gooien ieder één keer met een eerlijke dobbelsteen.

(a) [2 punten] Beschrijf de uitkomstenverzameling van dit experiment. Uit hoeveel uitkomsten bestaat deze uitkomstenverzameling?

(b) [3 punten] Bereken de kans dat deze vijf personen allemaal een verschillend aantal ogen gooien.

(c) [3 punten] Laat F de gebeurtenis zijn dat in totaal één persoon drie ogen, twee personen vier ogen en twee personen vijf ogen gooien. Bereken de kans op F .

2. Bij Franse roulette kun je onder andere inzetten op 'rood'. Als je 5 euro inzet op rood en je wint (dat wil zeggen dat het balletje bij een rood cijfer eindigt), krijg je tien euro terug en heb je dus 5 euro gewonnen. De kans dat dit gebeurt is $\frac{18}{37}$. Als het balletje niet bij een rood cijfer eindigt, ben je je inzet kwijt en heb je dus -5 euro 'gewonnen'. Emma heeft tien euro meegenomen naar het casino. Zij is van plan om drie spelletjes Franse roulette te spelen en daarbij steeds 5 euro op rood in te zetten. Als zij de eerste twee spelletjes verliest, is haar geld op en moet ze noodgedwongen al na twee spelletjes stoppen.

(a) [3 punten] Laat X het aantal spelletjes zijn dat Emma speelt. Bereken de variantie van X .

(b) [3 punten] Laat Z het bedrag zijn dat Emma heeft gewonnen als ze stopt met spelen. Bereken de kansmassafunctie van Z .

3. Ik heb een zakje met zes rode, drie witte en drie groene ballonnen en pak (in één greep) drie willekeurige ballonnen uit het zakje. Laat X het aantal verschillende kleuren en Y het aantal rode ballonnen zijn dat ik heb gepakt.
- (a) [3 punten] Bereken cumulatieve verdelingsfunctie van X en maak een duidelijke schets van deze functie.
 - (b) [3 punten] Geef de kansmassafunctie van Y . Hoe wordt de verdeling van Y genoemd?

4. 8% van de mannen en 0.4% van de vrouwen heeft last van kleurenblindheid.

- (a) [3 punten] Uit een groep die uit evenveel mannen als vrouwen bestaat, kies ik een willekeurige persoon. Deze persoon blijkt kleurenblind te zijn. Bereken de (conditionele) kans dat de persoon die ik heb gekozen een man is.

We bekijken nu een nieuwe groep mensen die bestaat uit twee vrouwen en acht mannen.

- (b) [3 punten] Bereken de kans dat minstens één van deze tien personen kleurenblind is.
- (c) [2 punten] Laat Y het aantal mannen in deze groep zijn dat kleurenblind is. Geef de kansmassafunctie, verwachting, variantie en de naam van de verdeling van Y .
- (d) [3 punten] Stel dat ik je vertel dat precies één van de tien personen uit deze groep kleurenblind is. Bereken de (conditionele) kans dit een man is.

5. Laat X een continue stochast zijn met dichtheidsfunctie

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^3} & \text{als } 1 < x < 2, \\ 0 & \text{elders,} \end{cases}$$

hierin is c een nog te berekenen constante.

- (a) [2 punten] Bereken c .
- (b) [3 punten] Bereken de cumulatieve verdelingsfunctie van X .
- (c) [3 punten] Bereken de variantie van X .

6. Bij deze opgave heb je de bijlage nodig. De lichaamstemperatuur X van een gezonde vrouw, gemeten in graden Fahrenheit, is normaal verdeeld met verwachting 98,4 en variantie 0,49.

- (a) [3 punten] Bereken $P(X > 97,7)$.
- (b) [3 punten] Laat Y de lichaamstemperatuur zijn van deze vrouw, gemeten in graden Celcius. Er geldt dat $Y = \frac{5}{9}(X - 32)$. Welke verdeling heeft de stochast Y ? Geef de naam, de waarden van de parameters en het functievoorschrift van de dichtheidsfunctie van deze verdeling.

