

herkansing inleiding theoretische informatica 17 februari 2009

Het tentamencijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.

Opgave 1.

- (a) Teken de volgende term als boom:

$$M = (\lambda u. u (\lambda y. z)) (\lambda x. x ((\lambda v. v) (\lambda v. v)))$$

Geef in je plaatje aan wat de vrije variabelen van M zijn.

(5 punten)

- (b) Voer de aangegeven substituties uit:

$$((\lambda x. \lambda y. u z)[u := x])[z := x]$$

(5 punten)

- (c) Reduceer de term $(\lambda x. x x) (\lambda s. \lambda z. s z)$ stap voor stap naar β -normaalkvorm.

(5 punten)

Opgave 2.

- (a) We representeren paren met de paringsoperator $\pi = \lambda l r z. z l r$.

Geef een λ -term voor de eerste projectiefunctie π_1 en geef stap voor stap de reductie van $\pi_1 (\pi P Q)$ naar P .

(5 punten)

- (b) Geef een representatie in de λ -calculus van een tripeloperator T (om tripels zoals $[a, b, c]$ te representeren).

(5 punten)

- (c) Geef bij de in 2(b) gevonden tripeloperator T een term M die het middelste element van een tripel selecteert, d.w.z., met de eigenschap dat $M (T P Q R)$ reduceert naar Q .

Laat ook zien dat je term M deze eigenschap heeft.

(5 punten)

- (d) Laat zien dat de term $\lambda x. \lambda y. x y y$ typeerbaar is in simpel getypeerde λ -calculus door een type-afleiding te geven.

De typeringsregels zijn gegeven aan het eind van dit tentamen.

(5 punten)

De typeringsregels van simpel getypeerde λ -calculus:

$$\begin{array}{c} \Gamma, x : A \vdash x : A \\ \hline \Gamma, x : A \vdash M : B \\ \hline \Gamma \vdash (\lambda x. M) : A \rightarrow B \\ \hline \Gamma \vdash F : A \rightarrow B \quad \Gamma \vdash M : A \\ \hline \Gamma \vdash (FM) : B \end{array}$$