

- Maak alle opgaven.
- Antwoorden zonder redenering scoren slecht dus geef overal goede redeneringen.
- Als je een onderdeel niet kunt doen mag je het resultaat ervan in de rest van de opgave toch gebruiken.

- (1) Zij σ het element $(7\ 6\ 3)(2\ 3\ 4\ 1\ 7)$ in S_8 .
 - (a) Schrijf σ als product van disjuncte cykels.
 - (b) Wat is de orde van σ ?
- (2) Bereken in deze opgave de getallen niet expliciet maar leg wel de gevonden formules zorgvuldig uit.
 - (a) Hoeveel elementen van S_{12} hebben orde 8?
 - (b) Hoeveel elementen in S_8 zijn geconjugeerd met $(1\ 2)(3\ 4\ 5)$? **Formuleer hierbij stellingen die je gebruikt.**
- (3) Gegeven is de deelverzameling $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \text{ met } a, b, c \text{ in } \mathbb{R} \text{ en } ac \neq 0 \right\}$ van $GL_2(\mathbb{R})$, de groep van inverteerbare 2×2 -matrices met reële coëfficiënten.
 - (a) Laat zien dat G een ondergroep is van $GL_2(\mathbb{R})$.
Gegeven is dat G werkt op $X = \mathbb{R}^2$ door een kolomvector (links) te vermenigvuldigen met een matrix.
 - (b) Laat zien dat X bestaat uit drie verschillende banen: die van $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ en $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
 - (c) Bepaal de stabilisator G_x als $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- (4) Gegeven is dat $G = \mathbb{Z}^2$ met product $(a, b) * (c, d) = (a + c, (-1)^c b + d)$ een groep is.
 - (a) Bepaal het neutrale element van G en bereken de inverse van (a, b) .
 - (b) Laat zien dat de afbeelding

$$\varphi : G \rightarrow D_{10}$$

$$(a, b) \mapsto s^a r^b$$

een homomorfisme is. Hier is $D_{10} = \{e, r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$ de diëdergroep met 10 elementen.

- (c) Bewijs dat $N = \{(a, b) \text{ met } a \text{ even en } b \text{ deelbaar door } 5\}$ een normaaldeeler is van G en dat $G/N \simeq D_{10}$. **Formuleer hierbij stellingen die je gebruikt.**
- (5) Zij p een priemgetal en G een groep met orde p^3 .
 - (a) Toon aan dat $[G, G] \subseteq Z(G)$. (Hint: bekijk $G/Z(G)$.)
 - (b) Laat nu zien dat $[G, G] = Z(G)$ als G niet abels is.

Normering				
1a: 6	2a: 10	3a: 4	4a: 5	5a: 9
1b: 4	2b: 10	3b: 8	4b: 7	5b: 9
		3c: 8	4c: 10	
Maximum totaal = 90				
Cijfer = 1 + Totaal/10				