

- Maak alle opgaven.
- Antwoorden zonder redenering scoren slecht dus geef overal goede redeneringen.
- Als je een onderdeel niet kunt doen dan mag je het resultaat ervan in de rest van de opgave toch gebruiken.

(1) Zij G een groep met normaaldelers N_1 en N_2 . Laat zien dat als $N_1 \cap N_2 = \{e\}$, dan geldt $n_1 n_2 = n_2 n_1$ voor alle n_1 in N_1 en n_2 in N_2 .

(2) **Formuleer in deze opgave ook de gebruikte resultaten en stellingen.**

Gegeven is dat $G = (\mathbb{Z}/9\mathbb{Z})^* \times \mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ met de bewerking

$$(\bar{a}, \bar{b})(\bar{c}, \bar{d}) = (\overline{ac}, \overline{ad + b})$$

een groep is.

- Toon aan dat $\varphi : G \rightarrow (\mathbb{Z}/9\mathbb{Z})^*$ gegeven door $(\bar{a}, \bar{b})$ af te beelden op $\bar{a}$ een homomorfisme is.
 - Bewijs dat $N = \{\bar{1}\} \times \mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ een normaaldeeler is van G en dat G/N isomorf is met $(\mathbb{Z}/9\mathbb{Z})^*$.
 - Laat zien dat G als neutraal element $(\bar{1}, \bar{0})$ heeft, en dat $((\bar{a})^{-1}, -(\bar{a})^{-1}\bar{b})$ de inverse van $(\bar{a}, \bar{b})$ is.
 - Gebruik dit om te bewijzen dat $N = [G, G]$.
- (3) Zij $G = \langle e, r, \dots, r^{n-1}, s, sr, \dots, sr^{n-1} \rangle$ de diëdergroep met $2n$ elementen, voor $n \geq 3$.
- Laat zien dat als d een positieve deler is van n , dan is $\langle r^d \rangle \trianglelefteq G$.
 - Bewijs dat als n oneven is, dan zijn de normaaldelers van G de ondergroepen in (a) en G zelf. (Hint: wat gebeurt er als sr^i in een normaaldeeler bevat is?)
- (4) Zij $G = S_5$.
- Leg uit waarom precies 24 elementen van G orde 5 hebben.
 - Bewijs dat G precies zes verschillende ondergroepen met vijf elementen bevat en dat al deze ondergroepen geconjugeerd zijn in G .
 - Zij $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)$ en $H = \langle \sigma \rangle$. Leg uit dat $F = N_G(H)$ een ondergroep is met 20 elementen, en beschrijf F met behulp van twee voortbrengers. (Hint: gebruik de werking van G op de collectie ondergroepen in (b) door middel van conjugatie.)

Normering			
1: 8	2a: 5	3a: 8	4a: 6
	2b: 8	3b: 13	4b: 11
	2c: 7		4c: 12
	2d: 12		
Maximum totaal = 90			
Cijfer = 1 + Totaal/10			