

- Maak alle opgaven.
- Antwoorden zonder redenering scoren slecht dus geef overal goede redeneringen.
- Als je een onderdeel niet kunt doen mag je het resultaat ervan in de rest van de opgave toch gebruiken.

- (1) Zij σ het element $(2\ 3\ 6\ 5\ 1)(2\ 1\ 4)(3\ 2\ 4)$ in S_8 .
 - (a) Schrijf σ als product van disjuncte cycli.
 - (b) Wat is de orde van σ ?
- (2) Hoeveel elementen van S_8 hebben orde 4? Schrijf die niet allemaal uit maar bereken het aantal op een handige wijze, met uitleg.
- (3) Gegeven is dat

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ met } a \text{ in } \{1, -1\} \text{ en } b \text{ in } \mathbb{Z} \right\}$$

een ondergroep is van $GL_2(\mathbb{Q})$, de matrixgroep van inverteerbare 2×2 -matrices met rationale coëfficiënten.

- (a) Laat zien dat $\varphi : G \rightarrow \{1, -1\} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ gegeven door $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mapsto (a, \bar{b})$ een homomorfisme is. (Hierbij is in de productgroep $\{1, -1\} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ de bewerking in de eerste positie de vermenigvuldiging en in de tweede positie de optelling.)
 - (b) Is $\ker(\varphi) = \{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n \text{ met } n \text{ in } \mathbb{Z} \}$? Toon dit zorgvuldig aan of geef een tegenvoorbeeld.
- (4) Zij $G = \{e, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$ de diëdergroep met 8 elementen.
 - (a) Bepaal de centralizator $C_G(A)$ voor $A = \{r^2, s\}$
 - (b) Bepaal de normalizator $N_G(B)$ voor $B = \{r, sr, sr^3\}$
 - (5) Gegeven is dat

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} \bar{a} & \bar{b} \\ 0 & \bar{c} \end{pmatrix} \text{ met } \bar{a}, \bar{c} \text{ in } \mathbb{F}_3^* \text{ en } \bar{b} \text{ in } \mathbb{F}_3 \right\}$$

een ondergroep is van $GL_2(\mathbb{F}_3)$, de matrixgroep van inverteerbare 2×2 -matrices met coëfficiënten modulo 3.

- (a) Bepaal het centrum $Z(G)$ van G .
- (b) Laat zien dat G één element van orde 1 heeft, zeven elementen van orde 2, twee elementen van orde 3, en twee elementen van orde 6. Deel hiervoor de elementen in bepaalde types in.
- (c) Geef een voorbeeld van een niet-abelse ondergroep H van G met zes elementen. (Vergeet niet aan te tonen die H inderdaad een ondergroep is en niet-abels is.)

Normering				
1a: 9	2: 12	3a: 6	4a: 9	5a: 9
1b: 6		3b: 10	4b: 9	5b: 12
				5c: 8
Maximum totaal = 90				
Cijfer = 1 + Totaal/10				