

- Maak alle opgaven.
- Antwoorden zonder redenering scoren slecht dus geef overal goede redeneringen.
- Als je een onderdeel niet kunt doen mag je het resultaat ervan in de rest van de opgave toch gebruiken.

- (1) Zij σ het element $(1\ 3\ 4\ 7\ 2\ 5)(1\ 2\ 3\ 4)$ in S_9 .
 - (a) Schrijf σ als product van disjuncte cycli.
 - (b) Wat is de orde van σ ?
- (2) Hoeveel elementen van S_5 hebben orde 2? Schrijf die niet allemaal op maar leg wel het gevonden aantal uit.

- (3) Zij

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \text{ met } a \text{ en } c \text{ in } \{1, -1\} \text{ en } b \text{ in } \mathbb{Z} \right\},$$

een ondergroep van $GL_2(\mathbb{Q})$, de inverteerbare 2×2 -matrices met rationale coëfficiënten.

- (a) Laat zien dat $\varphi : G \rightarrow \{1, -1\}$ gegeven door $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mapsto ac$ een homomorfisme is.
 - (b) Laat zien dat $\ker(\varphi)$ wordt voortgebracht door $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ en $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- (4) Zij $G = \{e, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$ de diëdergroep met 12 elementen.
 - (a) Bepaal het centrum $Z(G)$ van G . (Hint: G wordt voortgebracht door r en s .)
 - (b) Bepaal de normalizator $C_G(A)$ voor $A = \{s, sr^2\}$
 - (c) Laat zien dat $H = \{e, r^2, r^4, sr, sr^3, sr^5\}$ een ondergroep is van G . (Dit kan op een handige manier door typen elementen te bekijken.)

- (5) Gegeven is de ondergroep

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} \bar{a} & \bar{b} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ met } \bar{a} \text{ in } \{\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}\} \text{ en } \bar{b} \text{ in } \mathbb{F}_7 \right\}$$

van $GL_2(\mathbb{F}_7)$, de inverteerbare 2×2 -matrices met coëfficiënten modulo 7.

- (a) Laat zien dat G één element van orde 1 heeft, 14 elementen van orde 3, en zes elementen van orde 7. Deel hiervoor de elementen in bepaalde types in.

Zij

$$N = \left\{ \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{b} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ met } \bar{b} \text{ in } \mathbb{F}_7 \right\}$$

de ondergroep van G voortgebracht door $\begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (b) Leg uit waarom een ondergroep H van G met $H \cap N = \left\{ \begin{pmatrix} \bar{1} & \bar{0} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ uit 1 of 3 elementen bestaat.

Normering				
1a: 9	2: 12	3a: 6	4a: 9	5a: 11
1b: 6		3b: 10	4b: 9	5b: 9
			4c: 9	
Maximum totaal = 90				
Cijfer = 1 + Totaal/10				