

1. Beschouw de differentiaalvergelijking

$$\dot{x} = x(c - a(x - b)^2),$$

waarin $a > 0$, $c \geq 0$. Bepaal de evenwichtspunten en hun stabiliteit als functie van de parameters. Bepaal van eventuele bifurcaties het type en de normaalvorm.

2. Geef de klassifikatie van lineaire tijdsonafhankelijke vektorvelden in $\mathbb{R}^2$, d.w.z. vergelijkingen van de vorm

$$\dot{x} = Ax, \quad x \in \mathbb{R}^2,$$

in termen van spoor en determinant van A (het τ, Δ -plaatje). Behandel ook de grensgevallen (spoor, determinant of discriminant nul) nauwkeurig.

3. Formuleer en bewijs het criterium van Dulac.
4. Geef een aantal criteria voor het al dan niet bestaan van periodieke oplossingen van niet-lineaire differentiaalvergelijkingen in $\mathbb{R}^2$.
5. Beschouw de differentiaalvergelijking op de cirkel

$$\ddot{\theta} + (1 + a \cos \theta)\dot{\theta} + \sin \theta = 0, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Voor welke waarden van a heeft het stelsel een stabiele spiraal als evenwichtpunt? Kan het systeem een periodieke oplossing bezitten?

Normering:

1 : 15

2 : 20

3 : 20

4 : 15

5 : 20

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\text{Totaal}}{10} + 1$$