

Hertentamen Discrete Optimalisering

31-03-2014, 18:30u - 20:30u

Puntentoekening

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven, waaruit 40 punten te behalen zijn.

Opgave	a	b
Opg. 1	10	-
Opg. 2	5	5
Opg. 3	10	-
Opg. 4	5	5

$$\text{Eindcijfer} = \max\{1, \text{puntentotaal}/4\}$$

Opgave 1

De rijen van de volgende tabel representeren personen en de kolommen representeren jobs. Een getal in rij i en kolom j geeft aan wat de kosten zijn indien persoon i job j doet. Los het toewijzingsprobleem op. Laat daarbij duidelijk de stappen zien die je maakt om tot de oplossing te komen.

	1	2	3
1	10	9	2
2	6	5	0
3	5	3	1

Opgave 2.

Opgave 2a: Beschrijf formeel het algoritme van Dijkstra voor het oplossen van het Kortste Pad probleem.

Opgave 2b: Leid de rekentijd van dit algoritme af als functie van het aantal knopen van de graaf. Geef uiteindelijk de rekentijd weer in termen van de grote O notatie.

Opgave 3.

Gegeven is de gerichte graaf op 11 knopen met pijlen, en capaciteiten op de pijlen zoals aangegeven in de volgende tabel. Pijlen zijn aangegeven als (v_i, v_j) , hetgeen aanduidt dat de pijl van v_i naar v_j gericht is. Bepaal de minimum snede tussen s en t in deze graaf. Laat duidelijk zien welke stappen je maakt om tot de oplossing te komen, waarbij je de residuele graaf, met terugwaartse kanten, pas hoeft te geven op het moment dat je geen meerderende paden meer vindt die alleen voorwaartse kanten hebben (anders

wordt dit teveel werk).

pijl	capaciteit	pijl	capaciteit
(s, v_2)	5	(v_6, v_5)	1
(s, v_3)	5	(v_6, v_7)	1
(s, v_4)	5	(v_6, v_8)	2
(v_2, v_3)	2	(v_6, v_9)	3
(v_2, v_5)	3	(v_7, v_{10})	3
(v_2, v_6)	2	(v_8, v_9)	2
(v_3, v_6)	5	(v_8, t)	5
(v_3, v_7)	2	(v_9, v_{10})	2
(v_4, v_7)	3	(v_9, t)	4
(v_5, v_8)	5	(v_{10}, t)	4

Opgave 4: Dynamische Programmering

Opgave 4a: Daan H. wil op een zo goedkoop mogelijke manier een computer aanschaffen door alle onderdelen los te kopen. Er zijn in totaal M verschillende onderdelen nodig (van elk onderdeel precies één), aangegeven met nummers 1 t/m M , die te koop zijn in N verschillende internet winkels. Onderdeel i kost in winkel j een bedrag c_{ij} , $i = 1, \dots, M$; $j = 1, \dots, N$. Indien Daan in winkel j minstens één onderdeel koopt, dan moet hij sowieso een bedrag v_j betalen voor verzendkosten, $j = 1, \dots, N$. Daan vraagt zich af in welke winkels hij de M onderdelen moet aanschaffen ten einde de totale aanschafkosten zo laag mogelijk te laten zijn.

Formuleer dit probleem als een dynamisch programmeringsprobleem. Beschrijf daarvoor in ieder geval de toestand, de interpretatie van de waardefunctie in woorden, de recursierelatie, de start-recursie en wat je moet berekenen in termen van de waardefunctie.

Opgave 4b: De afdeling BA besluit N teams van k studenten te sturen naar een landelijke Operations Research olympiade. Er zijn M studenten die zich hebben aangemeld met ($M \gg N$). De intelligentie van een student in dit vakgebied wordt gemeten op basis van een open-boek toelatingstentamen, dat iedere (aangemelde) student heeft afgelegd. Het cijfer van student i van deze toets bedraagt b_i , $i = 1, \dots, M$. Verder zijn er zoveel aanmeldingen dat lang niet iedere (aangemelde) student mee kan doen.

Michiel V. wordt gevraagd om de teams in te delen en hij besluit de teams zodanig in te delen dat het laagste cijfergemiddelde per team zo hoog mogelijk is.

Formuleer dit probleem als een dynamisch programmeringsprobleem. Beschrijf daarvoor in ieder geval: de toestand, de interpretatie van de waardefunctie in woorden, de recursierelatie, de start-recursie en wat je moet berekenen in termen van de waardefunctie.