

**COMPLEXE ANALYSE, VOORJAAR 2019
TENTAMEN**

- *Donderdag, 23 mei 2019, 12:00-14:45*
- *4 opgaven - motiveer alle antwoorden!*
- *Cijfer tentamen = punten/7 + 1*

OPGAVE 1 (4+4+4=12P)

Bereken de Laurentreeksontwikkeling van

a)

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 4} \text{ op } \{z \in \mathbb{C} : |z| < 2\},$$

b)

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 4} \text{ op } \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z - i| < 3\},$$

c)

$$f(z) = (z^2 - 1)(\sin(1/z) - 1) \text{ op } \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < \infty\}.$$

OPGAVE 2 (4+4+4=12P)

Bepaal voor de singulariteit $z = 0$ van f het type en beschrijf het gedrag van f in de buurt van 0.

a)

$$f(z) = \frac{(\exp(z) - 1)^2}{z^2},$$

b)

$$f(z) = z^3 \sin(1/z),$$

c)

$$f(z) = \frac{2 \cos(z) - 2 - z^2}{z^5}.$$

OPGAVE 3 (4+4+4+3=15P)

We bekijken de functie

$$f(z) = \frac{\exp(z)}{z^2(z-i)}.$$

- a) Bepaal de residuen voor alle singulariteiten van f .
- b) Bepaal het residu van f bij oneindig.
- c) Bereken de integraal van f langs de linksomdraaiende simple gesloten contour $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 3\}$ met gebruik van a).
- d) Bereken dezelfde integraal met gebruik van het residu van b).

OPGAVE 4 (8+8+8=24P)

Bereken de volgende integralen

- a)
$$\int_{|z|=3} \frac{z \exp(iz)}{z^2 + 1} dz,$$
- b)
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(x)}{x^2 + 1} dx,$$
- c)
$$\int_0^{\infty} \frac{x}{x^4 + 1} dx.$$