

Faculteit der Exacte Wetenschappen	Complexe Functietheorie, deel 2
Afdeling Wiskunde	26-06-2009
Vrije Universiteit	08:45-11:30 uur

Gebruik van rekenmachine, formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan

- Laat C de cirkel $|z| = 2$ zijn die in positieve zin wordt doorlopen. Verder zijn gegeven het polynoom $p(z) = z^4 + 3z^3 + 6$ en de rationale functie $q(z) = \frac{z}{z^4 + 4}$.
 - Bepaal het aantal nulpunten (multipliciteiten meegerekend) dat $p(z)$ heeft binnen C .
 - Bepaal de rotatie-index $\frac{1}{2\pi} \Delta_C \arg q(z)$.
- Bekijk de transformatie $w = \frac{i}{z}$.
Bepaal het beeld van de half-oneindige strip $x > 0, 0 < y < 1$.
- Stel $z = x + iy$.
We bekijken de afbeelding $w = \cos(z) = \cos(x) \cosh(y) - i \sin(x) \sinh(y)$.
 - Bepaal het beeld van de lijn $x = \frac{\pi}{4}$.
 - Bepaal het beeld van de lijn $y = \ln 2$.
- We bekijken de afbeelding $w = f(z) = e^z$ en de lijnen $x = 0$ (naar boven georiënteerd) en $y = \frac{\pi}{4}$ (naar rechts georiënteerd).
 - Bepaal van beide lijnen het beeld onder de afbeelding f .
 - Toon aan dat de hoek en de oriëntatie waaronder de beeldkrommen elkaar snijden in het w -vlak niet veranderd is t.o.v. het snijpunt van de originelen in het z -vlak.
 - Bepaal de schaalfactor van de transformatie in het snijpunt.

Z.O.Z.

5. Bepaal een Möbius transformatie die de punten $z_1 = 1, z_2 = 0, z_3 = -1$ afbeeldt op respectievelijk $w_1 = i, w_2 = -1, w_3 = 1$. [Geef je antwoord in de vorm $w = f(z)$.]
6. De functie f is analytisch in het gehele complexe vlak en $f(1+i) = -1$. Stel $z = x+iy$ met $x, y \in \mathbb{R}$ en $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, waarbij u en v reële functies zijn. Gegeven is dat $u(x, y) = x^2 - y^2 - x$. Bepaal $v(x, y)$, de harmonisch geconjugeerde van $u(x, y)$.

Normering:

1 : a) 4	2 : 5	3 : a) 3	4 : a) 5	5 : 5	6 : 4
b) 3		b) 3	b) 2		
			c) 2		
_____	_____	_____	_____	_____	_____
7	5	6	9	5	4

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$