

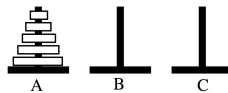
Tussentoets combinatorische optimalisatie 2013-2014.

Tijd: 11.00-12.45. Toets met 'gesloten boek'. Beschrijf bij elke opgave steeds het belangrijkste idee. Een tekening kan soms handig zijn. Notatie en exacte formulering is van minder belang, tenzij anders vermeld. Maximaal zijn 50 punten te behalen.

Opgave 1 (5punten).

Beantwoord de volgende vragen alleen met ja, nee of laat open. Goed antwoord: +1 punt; Fout antwoord: -1 punt; Geen antwoord: +0 punt. (Minimaal aantal punten is 0 punten.)

- (a) $P \subseteq NP$.
- (b) Reducties zijn transitief, dwz., als Π_1, Π_2, Π_3 beslissingsproblemen zijn en Π_1 reduceert tot Π_2 en Π_2 reduceert tot Π_3 dan geldt dat Π_1 reduceert tot Π_3 .
- (c) TSP is *sterk* NP-moeilijk (strongly NP-hard) .
- (d) Het kortse pad probleem (de beslissingsvariant) zit in NP.
- (e) Het Towers of Hanoi probleem (Verplaats alle schijven van pin A naar pin C met een zo min mogelijk aantal zetten.) is een NP-moeilijk (NP-hard) probleem.



Opgave 2 (10 punten)

Beschrijf in woorden de drie verschillende MST algoritmes: Kruskal, Prim, en Boruvka. Een formele beschrijving wordt niet gevraagd maar geef voor elk in een paar zinnen het belangrijkste idee van het algoritme.

Opgave 3 (5 punten)

Beschouw onderstaande instantie van het probleem $1||\sum_j w_j C_j$. Geef een optimaal schedule (=volgorde van jobs) en z'n waarde.

jobs	1	2	3	4
w_j	9	11	6	5
p_j	7	5	2	4

Opgave 4 (5 punten)

- (a) Toon aan dat elke graaf een even aantal punten heeft van oneven graad.
- (b) Toon aan dat als een graaf precies 2 punten van oneven graad heeft, dan loopt er een pad tussen deze punten.

Opgave 5 (10 punten)

Stel $G = (V, E)$ is een simpele gewogen graaf. (Een graaf is simpel als het geen multiple edges of loops bevat.) Verder is G ongericht en verbonden en heeft elke lijn $e \in E$ een gewicht $w(e) \geq 0$. De lijnen van G zijn gelabeld zodat $w(e_1) \leq w(e_2) \leq \dots \leq w(e_m)$. Stel $w(e_1) < w(e_2)$. Laat zien dat elke Minimum Spanning Tree van G lijn e_1 bevat.

Opgave 6 (10 punten)

Stel $s[1 \dots n]$ is een string van n letters. Je vermoedt dat het eigenlijk een stuk tekst is waarvan de interpunctie (komma's, spaties, punten e.d.) verdwenen is (het lijkt op iets als Jevermoedtdathet...). Je wilt de tekst herstellen met behulp van een woordenboek, welke je kunt raadplegen in de vorm van een Boolean function $\text{DICT}(w)$. Voor een substring w , $\text{DICT}(w)$ is TRUE als w een echt woord is en anders is $\text{DICT}(w)$ FALSE.

Geef een Dynamic Programming algoritme dat bepaalt of een string $s[1 \dots n]$ een aaneenschakeling is van echte woorden. De running time moet $O(n^2)$ zijn, aangenomen dat elke aanroep van de functie $\text{DICT}(w)$ één tijdseenheid kost.

Hint: Definieer een boolean functie $F(i)$ die TRUE is als de prefix $s[1 \dots i]$ (dwz, de eerste i letters van de gegeven string) een aaneenschakeling is van echte woorden. Hoe volgt de waarde van $F(i)$ uit de waarden $F(j)$ voor $j < i$?

Opgave 7 (5 punten) Beschrijf een manier om elk van de volgende varianten van het max flow probleem te reduceren naar het standaard max-flow probleem (dwz, een gericht netwerk met source s en sink t en capaciteiten op de lijnen). Een schets met korte toelichting is voldoende.

- (a) Er zijn meerdere sources: $s_1, s_2, \dots, s_k$ en meerdere sinks $t_1, t_2, \dots, t_k$.
- (b) Het netwerk is ongericht.
- (c) Zowel de lijnen als de punten hebben capaciteiten. (Als een punt v een capaciteit $b(v)$ heeft dan kan er niet meer dan $b(v)$ dat door het punt stromen.)