

Alleen pen en papier toegestaan.

(Dus geen boeken, aantekeningen, rekenmachines en telefoons)

Voor vraag 1, 2 en 3 kunt u gebruik maken van het Antwoord blad.

Tentamen telt voor 75 % van eindcijfer. Huiswerk opdracht voor 25 %. Score per vraag..

1	2	3	4a	4b	4c	4d	4e	4f	4totaal	5	6a	6b	6c	6totaal	Totaal
10	10	20	4	4	4	2	4	2	20	5	2	4	4	10	75

Vraag 1 Gegeven is de volgende matrix van afstanden tussen 4 punten. Vind de de lengtes van de kortste paden tussen elk tweetal punten door het Floyd-Warshall algoritme toe te passen. Neem als volgorde a,b,c,d.

C_{ij}	a	b	c	d
a	∞	4	3	1
b	5	∞	-1	2
c	6	1	∞	9
d	3	10	5	∞

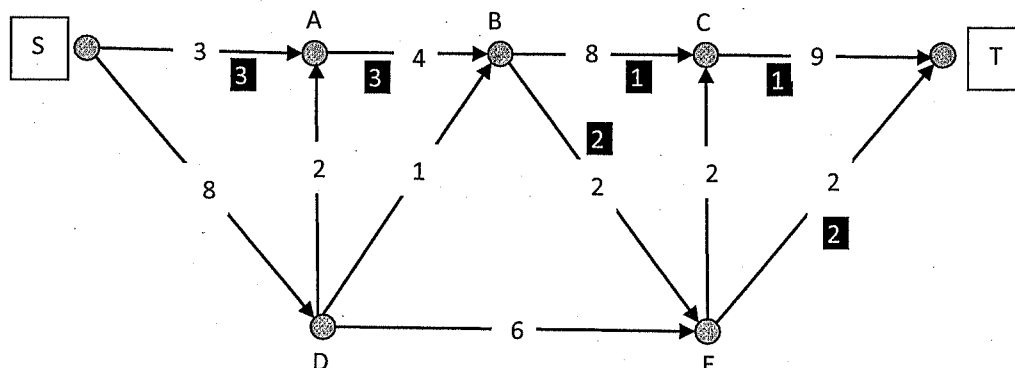
VUL IN OP ANTWOODRBLAD

Vraag 2 Gegeven is het volgende netwerk met bron(source) s en put (sink) t. Op de pijlen staan de capaciteiten. Een beginstroom met waarde 3 is al aangegeven.

Vind de maximale s-t stroom uitgaande van de gegeven beginstroom

door het Ford-Fulkerson algoritme toe te passen. Geef steeds de stroom in de figuur en de stroomvermeerderende paden onder de figuur. (Stroom met waarde 0 hoeft je niet aan te geven.) Wat is de waarde van de maximale stroom? Wat is de minimale snede?

VUL IN OP ANTWOODRBLAD.



Vraag 3. Geef van elke bewering of het goed of fout is. Toelichting is niet nodig. Een goed antwoord geeft +1. Een fout antwoord -1. ($0 \leq \text{score} \leq 20$.)

1. In een lineair programmerings probleem (LP-probleem) is elk lokaal optimum ook een globaal optimum.
2. Dijkstra's kortste pad algoritme loopt in lineaire tijd. (dwz $O(n)$ tijd.)
3. Als in een netwerk geen van de capaciteiten geheeltallig is zal de waarde van de maximale s-t stroom nooit geheeltallig zijn.
4. Als in een netwerk geen van de capaciteiten geheeltallig is kan het zo zijn dat de maximale stroom niet gelijk is aan de minimale snede ($\text{maxflow} \neq \text{mincut}$)
5. Een lokaal zoek algoritme waarbij het doorzoeken van de neighborhood in polynomiale tijd gebeurt heeft een polynomiale looptijd.
6. Het vinden van een maximale stroom in een netwerk met onder- en bovengrenzen op de capaciteiten kan in polynomiale tijd.
7. Een gewogen graaf waarin geen twee lijnen gelijk gewicht hebben heeft een unieke (dwz precies 1) opspannende boom van minimum gewicht.
8. In een matroïde hebben alle maximale onafhankelijke verzamelingen (maximal independent subsets) gelijke grootte.
9. List-Scheduling is een $5/4$ approximatie algoritme voor Load Balancing.
10. Het weighted vertex cover probleem heeft een 2-approximatie algoritme.
11. Een lokaal minimum (voor een zeker lokaal zoek algoritme) heeft altijd een strict grotere waarde dan het globale minimum.
12. Voor elk optimaliserings probleem geldt dat geen enkel lokaal zoek algoritme gegarandeerd de optimale oplossing vindt. (Met andere woorden: elk lokaal zoek algoritme kan in een niet-optimaal lokaal optimum blijven steken.)
13. Een beslissingsprobleem dat NP-moeilijk is ook NP-compleet.
14. Het kortste pad probleem is reduceerbaar tot het TSP probleem.
15. $P \subseteq NP \cap \text{co-NP}$
16. Laat Π_1, Π_2, Π_3 , beslissingsproblemen zijn. Als $\Pi_1 \leq \Pi_2$ en $\Pi_2 \leq \Pi_3$ dan ook $\Pi_3 \leq \Pi_1$.
17. Een ongerichte graaf is regulier als de complement graaf regulier is.
18. Een ongerichte graaf waarin elk punt minstens graad k heeft, heeft een pad van lengte k .
19. Een ongerichte graaf met n punten en m lijnen ($n > m$) heeft minimaal $n-m$ componenten.
20. De complete graaf op 5 punten (K_5) is niet planar.

VUL IN OP ANTWOODRBLAD

Vraag 4. Laat $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_m\}$ een verzameling van m elementen zijn. Laat $W = \{W_1, W_2, \dots, W_n\}$ een collectie van deelverzamelingen van E zijn. Een *set cover* S is een deelverzameling van W ($S \subseteq W$) zodat elk element van E in minimaal 1 verzameling van S voorkomt. De waarde van S is het aantal deelverzamelingen in S . Het *set cover probleem* is om gegeven E en W een set cover met kleinste waarde te vinden.

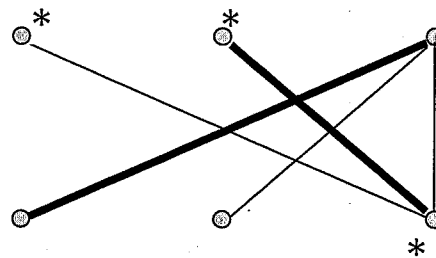
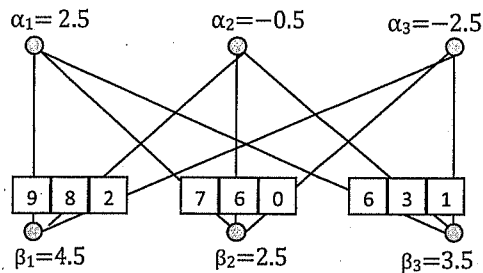
Voorbeeld:

Gegeven is $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ en $W = \{W_1, W_2, W_3\}$, waarbij $W_1 = \{e_1, e_3\}$, $W_2 = \{e_2\}$ en $W_3 = \{e_1, e_2, e_4\}$. Een oplossing is $S = \{W_1, W_3\}$. De waarde van S is 2.

Het *vertex cover probleem* is het probleem om gegeven een (ongewogen en ongerichte) graaf $G = (V, E)$ een kleinste deelverzameling $S \subseteq V$ te vinden zodat elke lijn raakt aan minimaal 1 punt van S .

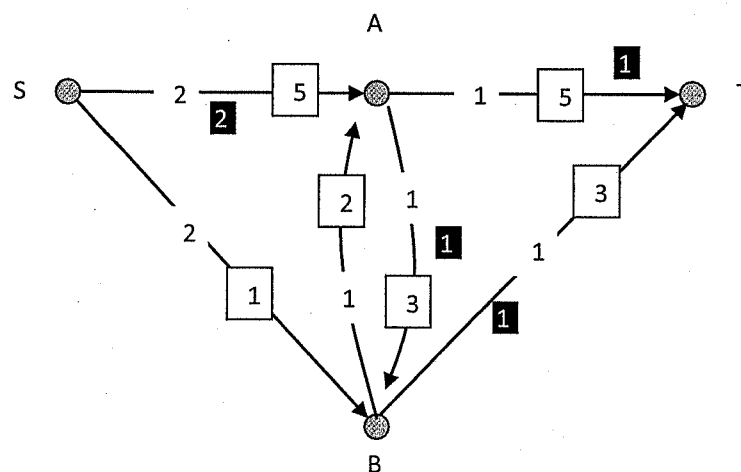
- Formuleer het vertex cover probleem als een set cover probleem.
- Gegeven is dat vertex cover NP-moeilijk is (NP-hard). Bewijs dat ook set cover NP-moeilijk is.
- Geef een ILP formulering van het set cover probleem. Neem als variabele x_i , welke aangeeft of set W_i wel of niet in de cover zit.
- Hoe ziet de LP-relaxatie eruit?
- Stel nu dat elk element $e \in E$ in maximaal f verzamelingen van W voorkomt. (Waarbij $f \geq 2$ een constante is.) Beschouw het volgende algoritme. Los de LP-relaxatie op. Laat $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ de optimale oplossing zijn. Als $x_i^* \geq 1/f$ dan ronden we x_i^* af naar 1 en nemen we W_i in de set cover. Als $x_i^* < 1/f$ dan ronden we x_i^* af naar 0 en nemen we W_i niet in de set cover. Laat zien dat dit algoritme altijd een (toegelaten) set cover geeft.
- Wat is de approximatie garantie van dit algoritme?

Vraag 5 Hieronder zie je een tussenoplossing van de Hongaarse methode. In de volgende stap zullen de duale variabelen weer aangepast worden. Wat worden de nieuwe waarden van de duale variabelen α_1 , α_2 , α_3 , en β_1 , β_2 , en β_3 ? (Je hoeft het niet verder af te maken.)



Vraag 6 In onderstaand netwerk N is een stroom f met waarde 2 aangegeven (zwarte vierkantjes). Op elke pijl staat vermeld: de kosten (in wit vierkantje) en de capaciteit (geen vierkantje).

- Wat zijn de totale kosten van deze beginstroom f ?
- Teken het *incremental flow network* $N'(f)$. (Ter herinnering: Hierin komt een pijl van punt i naar punt j als we de stroom van i naar j kunnen laten toenemen of als we de stroom van j naar i kunnen verminderen. Geef ook de kosten en resterende capaciteit bij elke pijl in $N'(f)$.)
- Heeft $N'(f)$ een negatieve kosten cycle? Zo ja, hoeveel stroom kun je toevoegen over deze cycle? Wat zijn de totale kosten van de nieuwe stroom als je deze toevoeging maakt?



Antwoord blad voor vraag 1,2,3. (Niet vergeten in te leveren)

Naam :

Studentnummer:

Vraag 1

C_{ij}	a	b	c	d
a	∞	4	3	1
b	5	∞	-1	2
c	6	1	∞	9
d	3	10	5	∞

d_{ij}	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

d_{ij}	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

d_{ij}	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

d_{ij}	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

Vraag 3

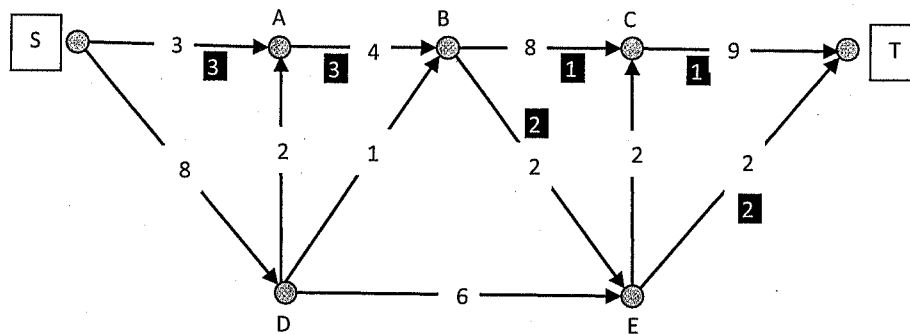
	goed	fout
1		
2		
3		
4		
5		

	goed	fout
6		
7		
8		
9		
10		

	goed	fout
11		
12		
13		
14		
15		

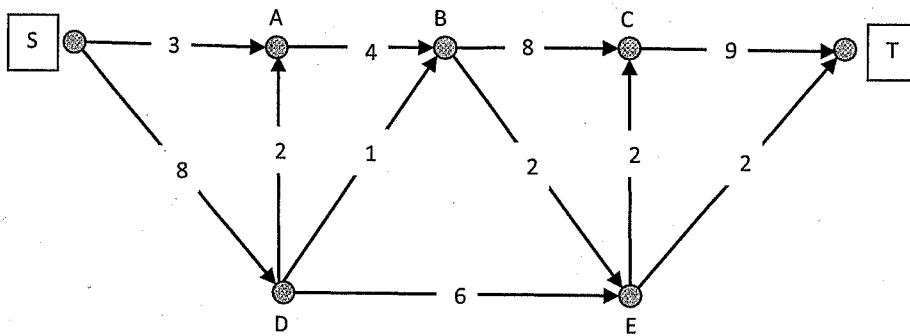
	goed	fout
16		
17		
18		
19		
20		

Vraag 2



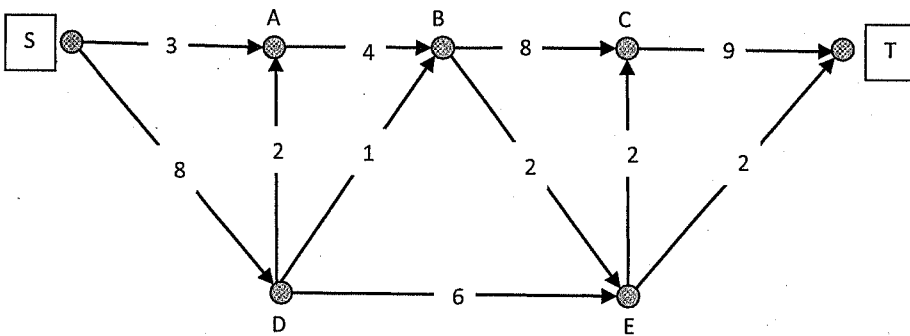
Vermeerderend pad:

Waarde over pad:



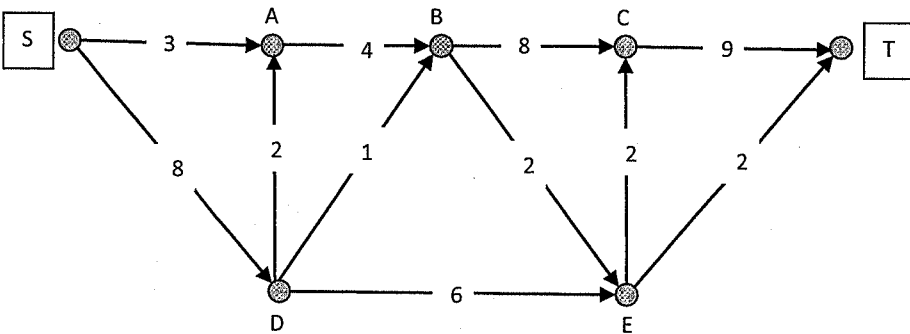
Vermeerderend pad:

Waarde over pad:



Vermeerderend pad:

Waarde over pad:



Vermeerderend pad:

Waarde over pad: