

Vrije Universiteit, Faculteit Exacte Wetenschappen
Hertentamen Calculus 2 voor BA 5 februari 2015, 18:30-21:15

Er zijn 8 vragen waarvoor je in totaal 54 punten kan halen. Het tentamencijfer wordt gegeven door $1 + \frac{\text{aantal punten}}{6}$. Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan. Vermeld op ieder blad dat je inlevert je naam en je studentnummer. Geef niet alleen antwoorden, maar ook berekeningen. Na correctie liggen de tentamens ter inzage bij het onderwijsbureau van FEW.

Veel succes!

1. (7 = 2+2+3 punten)

De vectoren $\mathbf{u}$ en $\mathbf{w}$ zijn gegeven door

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ en } \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Bepaal het inproduct $\mathbf{u} \bullet \mathbf{w}$ en het uitproduct $\mathbf{u} \times \mathbf{w}$.
- b) Geef een eenheidsvector die loodrecht staat op zowel $\mathbf{u}$ als $\mathbf{w}$.
- c) Bereken $\cos \theta$, waar θ de hoek tussen $\mathbf{u}$ en $\mathbf{w}$ is.

2. (3 punten)

Bereken:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{5^n}.$$

3. (4 punten)

Onderzoek de volgende reeksen op convergentie.

- a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{(2n)!}.$
- b) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n-7}{\sqrt{2n^2+5n}}.$

4. (6 punten)

Bepaal het convergentie-interval van de machtreeks:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+3)^n}{n^3 3^n}.$$

5. (14 = 3+4+3+2+2 punten)

De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door:

$$f(x, y) = 4x^2y - 12y + y^3$$

- a) Bepaal de kritische (stationaire) punten van f .
- b) Geef bij elk van de bij a) gevonden punten aan of het een lokaal minimum, lokaal maximum of zadelpunt betreft.
(**N.B.:** Als je niet uit a) gekomen bent, reken dan verder met de punten $(1, 1)$, $(1, -1)$, $(\sqrt{5}, 1)$ en $(-\sqrt{5}, 1)$.)
- c) Bepaal de richtingsafgeleide van f in het punt $(0, 1)$ in de richting van de vector $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
- d) Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan de niveaукromme van f in het punt $(0, 1)$.
- e) Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(0, 1)$.

6. (8 = 4+4 punten)

- a) Bereken door verwisseling van de integratievolgorde:

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \int_x^{\sqrt{\pi}} \cos(y^2) dy dx$$

- b) Bereken met behulp van poolcoördinaten:

$$\int_0^1 \int_{y\sqrt{3}}^{\sqrt{4-y^2}} e^{x^2} e^{y^2} dx dy$$

7. (5 punten)

Voor twee reële getallen a en b geldt:

$$\frac{(1 + i\sqrt{3})^{13}}{(\sqrt{3} - i)^{11}} = a + bi.$$

Bereken a en b .

8. (7 = 4+3 punten)

- a) Los het volgende beginwaardeprobleem op:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y + xy \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

- b) Los op:

$$y'' + 2y' + 5y = 0.$$