

Vrije Universiteit, Faculteit Exacte Wetenschappen
Hertentamen Calculus 1 voor BA/ECT 7 januari 2014, 18:30-21:15

Er zijn 10 vragen waarvoor je in totaal 45 punten kan halen. Het tentamencijfer wordt gegeven door $1 + \frac{\text{aantal punten}}{5}$. Gebruik van rekenmachine, boek of aantekeningen is niet toegestaan. Vermeld op ieder blad dat je inlevert je naam en je studentnummer. Geef niet alleen antwoorden, maar ook berekeningen. Na correctie liggen de tentamens ter inzage bij het onderwijsbureau van FEW.

Veel succes!

1. (5 = 2+3 punten)

De functie $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = x\sqrt{4x - x^2}.$$

- a) Wat is het domein van f ?
(Dus: bepaal alle x waarvoor de gegeven formule betekenis heeft.)
- b) Bepaal de extreme waarden van f op het in a) bedoelde domein.

2. (5 = 3+2 punten)

Bereken de volgende limieten:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x + 3x^2)^{\frac{1}{x}}.$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}{x}.$

3. (4 punten)

Bepaal alle complexe oplossingen z van de vergelijking

$$z^3 = -8i.$$

Geef deze aan in de vorm $a + bi$, met a, b in $\mathbb{R}$. Laat in het eindantwoord geen cos of sin staan.

4. (4 = 2+2 punten)

De kromme $y = y(x)$ wordt impliciet gegeven door de volgende vergelijking:

$$xy + y^2 = 2x.$$

- a) Bepaal $y'(x)$ in termen van x en y .
- b) Geef een vergelijking van de raaklijn aan de kromme in het punt $(x, y) = (1, 1)$.

5. (8 = 4+4 punten)

De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+4x^2)}{2x} & \text{als } x > 0 \\ ax + b & \text{als } x \leq 0. \end{cases}$$

- a) Voor welke waarden van a en b is f continu in 0?
- b) Voor welke waarden van a en b is f differentieerbaar in 0?

6. (5 punten)

Bewijs met behulp van volledige inductie dat voor alle natuurlijke getallen $n \geq 1$ geldt dat

$$\sum_{k=1}^n (6-k) = \frac{1}{2}n(11-n).$$

7. (4 punten)

Bepaal $P_2(x)$, het tweede orde Maclaurin-polynoom van de functie:

$$f(x) = (x^2 - 2)e^{-2x}.$$

8. (4 punten)

Toon aan dat voor alle $x > 0$ geldt:

$$x > \arctan x.$$

(Hint: Voer een functie $f(x) = x - \arctan x$ in.)

9. (3 punten)

De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gedefinieerd door:

$$f(x) = \int_0^{x^2} e^{\sqrt{t}} \cos(\pi\sqrt{t}) dt.$$

Bereken $f'(2)$.

10. (3 punten)

Bereken:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) e^{\cos x} dx$$