

Faculteit der Exacte Wetenschappen	Tentamen Calculus 1
Afdeling Wiskunde	Duur: 2 uur
Vrije Universiteit	15-01-2008

Dit is het Calculus 1 tentamen voor studenten
BWI en Econometrie

Gebruik van rekenmachine, formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan

1. Bereken de volgende limieten:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin(2x)}{x^2 + \tan(3x)},$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \sin\left(\frac{1}{x^2}\right),$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x + 3x^2)^{\frac{1}{x}}.$

2. In deze opgave is c een nog nader te bepalen reële constante.

De functie $f_c : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door:

$$f_c(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x + x^2} & x \neq 0, \\ c & x = 0. \end{cases}$$

- a) Bepaal voor welke waarde(n) van c de functie f_c continu is in $x = 0$.
- b) Toon aan, m.b.v. de definitie, dat voor die waarde(n) van c de functie ook differentieerbaar is in $x = 0$ en bereken $f'(0)$.

3. De $y = y(x)$ wordt impliciet gegeven als functie van x door de vergelijking

$$xy + y^2 = 2x.$$

Bepaal $y'(x)$ en $y''(x)$ in termen van x en y .

4. Toon aan dat de vergelijking $\sin x + \cos x = 3x + 2$ precies 1 reële oplossing heeft.
[Aanwijzing: voer de functie $f(x) = \sin x + \cos x - 3x - 2$ in.]

Z.O.Z.

5. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x) = x + \cos(2x)$.
Bepaal het 3^e orde Taylorpolynoom $P_3(x)$ van f bij $x = \frac{\pi}{4}$.

6. De functie $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \int_{x^2}^{x^3} \frac{\cos t}{1+t^2} dt.$$

Bepaal $f'(x)$.

7. Bereken:

a) $\int_0^1 x \arctan x \, dx,$

b) $\int \frac{1}{x(x-1)^2} \, dx,$

c) $\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} \, dx.$

Normering:

1 : a) 2	2 : a) 3	3 : 3	4 : 4	5 : 3	6 : 3	7 : a) 3
b) 3	b) 3					b) 3
c) 3						c) 3
8	6	3	4	3	3	9

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$