

Tentamen Besliskunde, 3-6-2015
REKENMACHINE IS NIET TOEGESTAAN

Puntentoekening

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven, waaruit in totaal 80 punten te behalen zijn.

<i>Opgave</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
Opg. 1	5	5	5
Opg. 2	10	-	-
Opg. 3	5	10	5
Opg. 4	10	5	-
Opg. 5	10	-	-
Opg. 6	10	-	-

$$\textbf{Tentamencijfer} = \frac{\text{totale aantal punten}}{8}$$

$$\textbf{Eindcijfer} = \frac{1}{4}\text{Eindcijfer toetsen} + \frac{3}{4}\text{Tentamencijfer}$$

Opgave 1

Beschouw het volgende LP-probleem:

$$\begin{array}{llllll} \max & Z & = & 5x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 \\ \text{s.t.} & & & x_1 & + & 5x_2 & + & 2x_3 & \leq & 30 \\ & & & x_1 & - & 5x_2 & - & 6x_3 & \leq & 40 \\ & & & & & & & x_1 \geq 0, & x_2 \geq 0, & x_3 \geq 0. \end{array}$$

- (a) Breng dit LP-probleem in de standaard basisvorm. Geef de startoplossing voor de simplex-algoritme en pas **één** iteratie toe om vanuit deze startoplossing een verbeterde basisoplossing te vinden. Geef op overzichtelijke en beargumenteerde wijze aan hoe u deze verbeterde basisoplossing construeert en wat de bijbehorende basisvorm van het LP-probleem is.
- (b) Wat zijn de nieuwe basisvariabelen? Wat zijn hun waarden en wat is de nieuwe criteriumwaarde? Hoe kun je van de nieuwe basisvorm aflezen of de gevonden oplossing optimaal is? Is dit hier het geval?
- (b) Formuleer van het LP-probleem het duale LP-probleem. Wat kun je zeggen over de minimale criteriumwaarde van het duale probleem op basis van je uitkomst van vraag (a)?

Opgave 2.

Holland Eviews heeft een contract getekend om 1000 nachtkijkers te leveren voor een vredesmissie. Voor de productie van de nachtkijkers heeft het bedrijf vier locaties ter beschikking. Vanwege locale omstandigheden zijn de kosten voor het produceren van een nachtkijker verschillend per locatie. De benodigde arbeidskracht en het benodigde materiaal voor het maken van een nachtkijker is ook verschillend per locatie. Deze gegevens betreffende de productie van een nachtkijker staan in de volgende tabel:

locatie	kosten	arbeidsuren	eenheden materiaal
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5
4	7	5	6

Om de locaties gereed te maken voor het produceren van verrekijkers moeten bepaalde ruimtes stofvrij gemaakt worden. Dit vraagt, voor ieder van de locaties, eenmalig een aantal uren arbeid, indien besloten wordt in de locatie te produceren, onafhankelijk van het aantal verrekijkers dat dan op de locatie gemaakt zal worden. Dit zijn 10 uren voor Locatie 1, 15 voor Locatie 2, 8 voor Locatie 3, en 12 voor Locatie 4.

Voor de vier productielocaties tezamen zijn in totaal 3300 arbeidsuren ter beschikking en 4000 eenheden materiaal. De opdrachtgever heeft in het contract geëist dat tenminste 400 nachtkijkers worden geproduceerd op locatie drie.

Formuleer het probleem van het vinden van de oplossing die de totale winst maximaliseert als een Lineair Programmerings probleem.

Opgave 3.

Beschouw het volgende knapzak probleem.

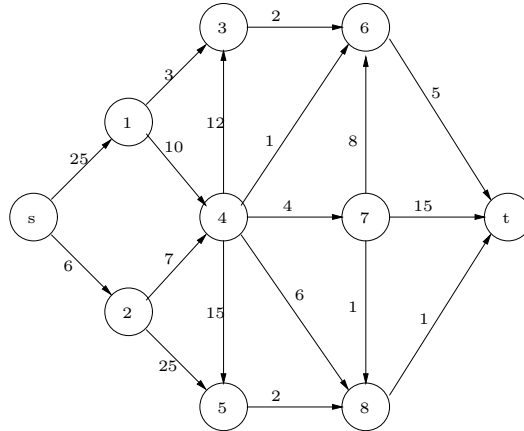
$$\begin{aligned}
 \max \quad & 3x_1 + 10x_2 + 9x_3 + x_4 \\
 \text{onder :} \quad & 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 10 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

- Geef de unieke oplossing van de LP-Relaxatie van dit probleem. Geef ook de bijbehorende optimale criteriumwaarde van de LP-Relaxatie.
- Los het bovenstaande 0-1 knapzak probleem op met behulp van Branch en Bound en vind op deze manier de optimale oplossing met de bijbehorende optimale criteriumwaarde.
- Neem hetzelfde probleem, maar nu zonder de restrictie $x_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, 3, 4$, maar wel met de restrictie dat x_i geheeltallig moet zijn, $i = 1, 2, 3, 4$. Los ook dit knapzak probleem op.

Opgave 4.

Beschouw het netwerk in de figuur. Het nummer bij een pijl geeft de capaciteit van de pijl aan.

- Bereken met behulp van Ford-Fulkerson de maximum stroom in dit netwerk van knoop s naar knoop t .
- Vind de minimum s - t -snede in dit netwerk.

**Opgave 5.**

Negeer de richtingen op de pijlen en vat de getallen uit de figuur van **Opgave 4** op als lengtes van de corresponderende kanten. Vind dan de minimum opspannende boom van de graaf met behulp van Prim's algoritme. Laat goed zien hoe je Prim's algoritme hiervoor gebruikt.

Opgave 6.

Dieuwertje K. moet voor volgende periode nog een keuze maken uit een collectie van N keuzevakken (genummerd van 1 tot en met N). Elk vak vereist een bepaalde voorbereidingstijd, levert een aantal studiepunten op en heeft een gegeven moeilijkheidsgraad. Precies geformuleerd: vak j kost Dieuwertje een tijd t_j in uren aan voorbereiding, levert haar p_j studiepunten op en wordt door staffleden beoordeeld als een categorie c_j vak, waarbij c_j een geheel getal is tussen 1 en 10 [1 = zeer eenvoudig; ; 10 = heel moeilijk]. Volgens het studieprogramma moet Dieuwertje nog minstens Q studiepunten halen.

Dieuwertje wil aan alle vakken tezamen niet meer dan T uur aan voorbereiding besteden. We gaan er vanuit dat Dieuwertje voor elk vak slaagt. Omdat Dieuwertje een mooie lijst vakken op haar CV wil kunnen presenteren stelt zij haarzelf eerst de vraag, welke vakken zij in de volgende periode moet opnemen om te bereiken dat de som van de moeilijkheidsgraden van de gekozen vakken maximaal is.

Formuleer dit probleem als een dynamisch programmeringsprobleem. Beschrijf daarvoor in ieder geval de toestand, de interpretatie van de waardefunctie in

woorden, de recursierelatie, de start-recursie en wat je moet berekenen in termen van de waardefunctie.

Hint: *Bedenk je om de toestand door twee componenten te definiëren: één daarvan is het aantal nog te behalen studiepunten!*