

Tentamen Basisconcepten Wiskunde

9 Februari 2015, 18.30-21.15

Antwoorden zonder uitleg scoren doorgaans niet goed. Aantekeningen, boeken, rekenmachines en andere elektronische hulpmiddelen zijn niet toegestaan. Het cijfer wordt berekend met de formule $\text{cijfer} = (\text{behaalde punten})/10$. Succes!

Opgave 1. (10 punten) Bepaal alle complexe getallen z waarvoor geldt $z^3 = -8$.

Opgave 2. Stel P is een bewering, T is een tautologie, en C is een contradictie.

(a) (10 punten) Laat zien dat $P \wedge T \Leftrightarrow P$.

(b) (10 punten) Laat zien dat $P \vee C \Leftrightarrow P$.

Opgave 3. Laat A, B en C verzamelingen zijn, en laat $f : A \rightarrow B$ en $g : B \rightarrow C$ functies zijn. Bewijs:

(a) (5 punten) Als $g \circ f$ injectief is dan is f injectief.

(b) (5 punten) Als $g \circ f$ surjectief is, dan is g surjectief.

Opgave 4. (15 punten) Beschouw de verzameling $V = \{1, 2\} \times \mathbb{N}$. Laat zien dat V aftelbaar is.

Opgave 5. (10 punten) Laat A, B en C verzamelingen zijn. Bewijs dat $(A - B) \cap C = (A \cap C) - B$.

Opgave 6. Een vaas bevat 10 ballen, genummerd van 1 t/m 10.

(a) (5 punten) We trekken in één greep 4 ballen uit de vaas, en letten dus niet op de volgorde. Op hoeveel mogelijke manieren kunnen we zo'n greep doen?

(b) (5 punten) We trekken één voor één 4 ballen uit de vaas, en letten wel op de volgorde. Hoeveel mogelijke uitkomsten zijn er nu?

Opgave 7. (15 punten) Laat $\sim$ de relatie op $\mathbb{R}$ zijn gegeven door $x \sim y$ dan en slechts dan als er een $n \in \mathbb{Z}$ bestaat met $x = 2^n y$. Laat zien dat $\sim$ een equivalentierelatie is en beschrijf de equivalentieklassen.

Opgave 8. (10 punten) Bepaal met het Euclidisch algoritme de ggd van 1272 en 45.