

Geef altijd voldoende uitleg bij je antwoorden! Het gebruik van een rekenmachine, een formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan.

1. Los het volgende beginwaardeprobleem op:

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 25 \sin(2x), \\ y(0) = -4, y'(0) = -3. \end{cases}$$

2. Ga na of de volgende reeksen convergeren. Vermeld in geval van convergentie of de reeks absoluut convergent of relatief convergent is.

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+3}{2n^2+3n+1}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{n^2}}{n!}.$$

3. Op het interval $[0, 1]$ is de functiereeks $\{f_n(x)\}$ gedefinieerd door

$$f_n(x) = \frac{\arctan(nx)}{n}, n \geq 1.$$

- a) Toon aan dat $\{f_n(x)\}$ uniform convergeert op $[0, 1]$.
b) Toon aan dat $\{f'_n(x)\}$ puntsgewijs convergeert op $[0, 1]$ naar een functie $g(x)$, maar niet uniform.

4. We bekijken de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-1)^{2n}}{n 4^n}.$$

- a) Bepaal het convergentie-interval.
b) Stel dat deze machtreeks convergeert naar de somfunctie $f(x)$ op een open interval waarin 0 ligt, dat wil zeggen

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-1)^{2n}}{n 4^n}.$$

Bereken $f'(0)$.

Z.O.Z.

5. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{x_1^3 + 37x_1x_2^2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} & \text{als } (x_1, x_2) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{als } (x_1, x_2) = (0, 0). \end{cases}$$

a) Is f differentieerbaar in $(0, 0)$? Toon je bewering aan.

b) Bestaat er een $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^2$ met $\|\mathbf{u}\| = 1$ zo dat $\frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}}(0, 0) \neq 0$? [Verklaar je antwoord.]

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ heeft continue partiële afgeleiden van de tweede orde op heel $\mathbb{R}^2$. Gegeven is $z = f(u, v)$ met $u = x_1x_2$ en $v = \ln x_1 + \ln x_2$ voor elke $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ met $x_1, x_2 > 0$. Bereken $\frac{\partial^2 z}{\partial x_2 \partial x_1}$ in termen van x_1 en x_2 , en partiële afgeleiden van f .

7. Zij $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ met $f(x_1, x_2) = x_1^3 - 2x_1^2x_2 + x_2^2$. Vind de kritieke punten van f en bepaal hun aard.

8. a) Zij $D = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq 2x_1 + x_2 \leq 9, 0 \leq 2x_1 - x_2 \leq 4\}$. Gebruik een substitutie om de volgende dubbelintegraal te berekenen

$$\iint_D \sqrt{4x_1^2 - x_2^2} dA.$$

b) Zij $D = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \geq 1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$. Bereken de integraal

$$\iint_D \frac{e^{-\frac{1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}}}{(x_1^2 + x_2^2)^{\frac{3}{2}}} dA$$

Normering:

1 : 4	2 : 4	3 : a) 3 b) 1	4 : a) 3 b) 3	5 : a) 5 b) 1	6 : 3	7 : 3	8 : a) 3 b) 3
4	4	4	6	6	3	3	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$