

1. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{als } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- Bereken $f_x(0, 0)$ en $f_y(0, 0)$.
 - Is f differentieerbaar in $(0, 0)$?
 - Zij $\vec{u} = (u_1, u_2)$ met $u_1^2 + u_2^2 = 1$. Voor welke waarden van u_1 en u_2 bestaat de richtingsafgeleide van f in het punt $(0, 0)$ in de richting van de vector $\vec{u}$? (Gebruik de definitie)
2. Zij $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \neq 0\}$. De functie $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ heeft continue partiële afgeleiden van de tweede orde op heel D . Gegeven is $z = f(u, v)$ met $u = xy$, $v = \frac{y}{x}$. Bereken $\frac{\partial z}{\partial y}$ en $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ in termen van x en y , en partiële afgeleiden van f .
3. Gebruik de Stelling van Taylor om het polynoom $x^3 - 3x^2 - 63x + 2y^2x - 29yx - 2y^2 + 29y + 65$ te ontwikkelen in machten van $(x - 1)$ en $(y + 2)$.
4. Vind de kritieke punten van $f(x, y) = 1 - 2x^3 + 3y^2 + 6xy$ en bepaal hun aard.
5. Gebruik de Lagrange methode om het minimum van $f(x, y) = x^3 + 9x^2 + 6y^2$ onder de nevenvoorwaarde $x^2 + y^2 = 9$ te bepalen. Geef alle punten waar $f(x, y)$ die minimale waarde aanneemt.
6. Beschouw het stelsel vergelijkingen

$$\begin{aligned} 2xu^3v - yv &= 1 \\ y^3v + x^5u^2 &= 2 \end{aligned}$$

- Laat zien dat het stelsel vergelijkingen op een unieke manier voor u en v in termen van x en y in een omgeving van $(1, 1, 1, 1)$ kan worden opgelost.
 - Laat $u(x, y)$ en $v(x, y)$ de bijbehorende oplossingen zijn. Bepaal $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$ en $\frac{\partial v}{\partial y}$ in het punt $(1, 1)$.
7. Bereken de dubbelintegraal

$$\int_0^1 \left(\int_{2y}^2 y \sqrt{1 + x^3} dx \right) dy.$$

8. Gebruik een substitutie om de dubbelintegraal $\int \int_G (x^2 + y^2) dA$ te berekenen, waarbij G het parallelogram is begrensd door de lijnen $x + y = 1$, $x + y = 2$, $3x + 4y = 5$ en $3x + 4y = 6$.

9. Zij $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z \in [0, 1]\}$. Voor welke waarden van $k \in \mathbb{R}$ convergeert de integraal

$$\int \int \int_G \frac{1}{(1 + x^2 + y^2)^k} dV$$

en naar welke waarde? (Gebruik cilindercoördinaten).

Normering:

1 : a) 1	2 : 4	3 : 4	4 : 6	5 : 6	6 : a) 1	7 : 3	8 : 5	9 : 5
b) 4					b) 3			
c) 3								
8	4	4	6	6	4	3	5	5

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{punten}}{5} + 1$$