

1. Vind de kritisch punten van de volgende functie en bepaal hun aard.

$$f(x, y) = (x^2 - y^2)^2 - 8(x^2 + y^2) + 1.$$

2. Beschouw de vergelijking $x^2 - y^2 - z^3 = -5$.

- a) Laat zien dat de vergelijking op een unieke manier voor z in termen van x en y in een omgeving van $(2, -1, 2)$ kan worden opgelost.
b) Laat $z(x, y)$ de bijbehorende oplossing zijn. Bepaal $\frac{\partial z}{\partial x}(2, -1)$ en $\frac{\partial z}{\partial y}(2, -1)$.

3. Gegeven is de afbeelding

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y) &\mapsto (x^2 - x - y^2, 2xy + y). \end{aligned}$$

Voor welke punten is de afbeelding lokaal inverteerbaar?

4. Is de volgende verzameling van functies functioneel afhankelijk? Zo ja, vind de afhankelijkheid.

$$u = x + y, \quad v = z - x, \quad w = 2x(x + y - z) + y^2 + z^2 + 1.$$

5. Bereken de dubbelintegraal

$$\iint_G e^{x+y} dA$$

waarbij de verzameling G de driehoek met hoekpunten $(0, 0)$, $(0, 2)$ en $(1, 1)$ in het x, y -vlak is.

6. Bereken de dubbelintegraal

$$\int_0^1 \left(\int_{2x}^2 x^2 e^{y^4} dy \right) dx.$$

Z.O.Z.

7. Gebruik substitutie om de dubbelintegraal

$$\int \int_G (x+y)^2(x-y) dA$$

te berekenen, waarbij

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4 \leq x^2 - y^2 \leq 9, 3 \leq x + y \leq 5\}.$$

8. Bereken de volgende dubbelintegralen

a) $\int \int_G e^{-x-y} dA$, waarbij $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0\}$.

b) $\int \int_G \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} dA$, waarbij $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2\}$ (gebruik poolcoördinaten).

Normering:

1 : 6	2 : a) 2	3 : 3	4 : 4	5 : 3	6 : 4	7 : 4	8 : a) 3
	b) 3						b) 4
6	5	3	4	3	4	4	7

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{punten}}{4} + 1$$