

1. Gegeven zijn de complexe getallen $w = -\sqrt{3} + i$ en $z = 2 - 2i$.

- a) Bepaal van z en w de modulus en (de hoofdwaaarde van) het argument.
b) Stel dat $\frac{z^2}{w^6} = re^{i\phi}$, waarbij $r > 0$ en $-\pi < \phi \leq \pi$. Bereken r en ϕ .

2. Laat $z \in \mathbb{C}$. Toon aan:

$$\text{Als } |z| = 1 \text{ dan is } \frac{3z}{z^2 + 4z + 1} \text{ een reëel getal.}$$

3. Bepaal voor $x > 1$ de algemene oplossing van

$$(x-1)y'(x) + 2y(x) = 6x.$$

4. Bepaal de oplossing van het beginwaardeprobleem

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + 10y(x) = 10, \\ y(0) = 6, y'(0) = 5, \end{cases}$$

met behulp van Laplacetransformatie.

[Aanwijzing: je kunt gebruik maken van de bijgevoegde tabel.]

5. Laat $G \subset \mathbb{R}^n$ een niet-lege open verzameling zijn. Ga na of de volgende beweringen waar zijn. Als de bewering waar is, geef dan een verklaring/bewijs. Als de bewering niet waar is, geef dan een tegenvoorbeeld.

- (i) Als $\mathbf{p} \in G$, dan is $\mathbf{p}$ inwendig punt van G .
(ii) Als $\mathbf{p}$ een randpunt is van G , dan is $\mathbf{p} \in G^c$.
(iii) Als $\mathbf{p}$ een verdichtingspunt (limietpunt) is van G , dan is $\mathbf{p} \in G$.
(iv) Als $\mathbf{p} \in G$ én $\mathbf{q} \in G$, dan ligt het hele verbindingslijnstuk van $\mathbf{p}$ naar $\mathbf{q}$ in G .

Z.O.Z.

6. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is gedefinieerd door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} & \text{als } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{als } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- a) Toon aan dat f continu is in $(x, y) = (0, 0)$.
- b) Bereken $f_x(0, 0)$ en $f_y(0, 0)$.
- c) Laat zien dat f niet differentieerbaar is in $(0, 0)$.
- d) Bepaal de richtingsafgeleide van f in het punt $(1, 1)$ in de richting van de vector $(3, 4)$.

7. De functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ heeft continue partiële afgeleiden van de eerste orde op heel $\mathbb{R}^2$. Gegeven is $z = f(x, y)$ met $x = r \cos \theta$ en $y = r \sin \theta$. Toon aan dat

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2.$$

8. We bekijken de functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gedefinieerd door $f(x, y) = ye^{(x^2+y-1)}$. Bepaal het Taylorpolynoom van f van de tweede orde rond het punt $(x, y) = (0, 1)$.

Normering:

1 : a) 2	2 : 3	3 : 3	4 : 5	5 : 4	6 : a) 2	7 : 3	8 : 4
b) 2					b) 2		
					c) 4		
					d) 2		
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____
4	3	3	5	4	10	3	4

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$