

Geef altijd voldoende uitleg bij je antwoorden! Het gebruik van een rekenmachine, een formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan.

1. Toon aan, door middel van volledige inductie, dat de uitdrukking

$$\frac{3^{2n+1} + 2^{n-1}}{7}$$

een geheel getal is voor iedere $n \in \mathbb{N}$.

2. Bepaal alle reële getallen x die voldoen aan de ongelijkheid

$$|2x - 3| \geq |3x - 8|.$$

3. Toon aan, met behulp van de limietdefinitie:

de rij $\left\{ \frac{2n^2 - 3}{n^2 + n} \right\}$ convergeert en heeft als limiet 2.

4. Bereken

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3n - \sqrt{9n^2 + 5n - 3} \right).$$

5. a) Geef de definitie van een Cauchy-rij.
b) Ga na of onderstaande bewering juist of onjuist is. Als de bewering juist is, geef dan een bewijs. Als de bewering onjuist is, geef dan een tegenvoorbeeld.
Als $\{a_n\}$ een Cauchy-rij is en $\{b_n\}$ is een begrensde rij, dan is de productrij $\{a_n b_n\}$ een convergente rij.

Z.O.Z.

6. Bereken de volgende limieten, indien ze bestaan. Geef anders aan waarom de limiet niet bestaat.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4|}{x^2 - x - 2}.$
 b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + \sin(x)}{\tan(x) + 3x}.$

7. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 \sin\left(\frac{2}{x}\right) & \text{voor } x \neq 0, \\ c & \text{voor } x = 0. \end{cases}$$

Ga na voor welke waarde van c de functie f continu is in $x = 0$.
 [Verklaar al je stappen!]

8. Laat f een continue functie zijn op $[0, 1]$. Verder is gegeven dat $f(0) = f(1)$.
 Toon aan dat er een $c \in [0, \frac{1}{2}]$ is waarvoor geldt

$$f(c) = f\left(c + \frac{1}{2}\right).$$

[Aanwijzing: Bekijk de functie $f(x) - f\left(x + \frac{1}{2}\right)$ op een relevant interval.]

9. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven door $f(x) = x + e^x$.

- a) Toon aan dat f injectief is op $\mathbb{R}$.
 b) Toon aan dat f een inverse-functie g heeft met domein $\mathbb{R}$.
 c) Bereken $g'(1)$.

Normering:

1 : 4	2 : 3	3 : 4	4 : 3	5 : 3	6 : a) 3 b) 3	7 : 3	8 : 4	9 : a) 2 b) 2 c) 2
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____
4	3	4	3	3	6	3	4	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$