

Geef altijd voldoende uitleg bij je antwoorden! Het gebruik van een rekenmachine, een formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan.

1. Toon aan, d.m.v. volledige inductie, dat voor alle $n \geq 1$ geldt dat:

$$\sum_{k=1}^{2n} (5k - 2) = n(10n + 1).$$

2. Laat $a, b \in \mathbb{R}$ met $a \geq b > 0$. We definiëren het rekenkundig gemiddelde R en het kwadratisch gemiddelde K door:

$$R(a, b) = \frac{a + b}{2} \quad \text{en} \quad K(a, b) = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}.$$

Toon aan: $R(a, b) \leq K(a, b)$.

3. Bereken de volgende limieten

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 + 3 \cos(n) + 1} \right) \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right).$$

4. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} 3 + 2x \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{voor } x \neq 0, \\ c & \text{voor } x = 0. \end{cases}$$

- a) Ga na voor welke waarde van c de functie f continu is in $x = 0$.
b) Ga na of f ook differentieerbaar is in $x = 0$ voor die waarde van c .

Z.O.Z.

5. De functie $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ is differentieerbaar op $(0, 1)$ en f' is continu op $(0, 1)$. Verder is gegeven dat er punten $0 < x_1 < x_2 < x_3 < 1$ bestaan zó dat $f(x_1) < f(x_2)$ en $f(x_3) < f(x_2)$. Toon aan: er bestaat een punt $c \in (0, 1)$ waarvoor geldt $f'(c) = 0$. [Opmerking: vermeld welke stelling(en) je hebt gebruikt!]

6. Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n8^n}.$$

- a) Bepaal de convergentiestraal R van deze machtreeks.
 b) Ga na of de reeks convergeert of divergeert in de randpunten $x = \pm R$.
 c) Bekijk op $(-R, R)$ de somfunctie

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{n8^n}.$$

Bereken $f'(1)$.

7. Bepaal de Taylorontwikkeling rond $x = 0$ tot en met de 3^e orde van de functie:

$$f(x) = e^x - \cos x.$$

8. Bereken:

a) $\int_0^1 x^3 \ln(x) dx$

b) $\int_2^3 \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx.$

Normering:

1 : 4	2 : 2	3 : a) 3 b) 3	4 : a) 2 b) 3	5 : 4	6 : a) 2 b) 1 c) 3	7 : 3	8 : a) 3 b) 3
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____
4	2	6	5	4	6	3	6

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$