

Geef altijd voldoende uitleg bij je antwoorden! Het gebruik van een rekenmachine, een formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan.

1. Bereken de volgende limieten, of geef aan waarom de limiet niet bestaat:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \cos(2x)}{\ln(1+3x)\sqrt{1+4x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \sin\left(\frac{2}{x}\right)\right)^x.$

2. Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^n}{4^n \sqrt{n}}.$$

Bepaal het convergentie-interval van deze machtreeks.

3. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} x + 2x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{als } x \neq 0, \\ 0 & \text{als } x = 0. \end{cases}$$

Gebruik de definitie van de afgeleide om te laten zien dat f differentieerbaar is in 0 en bepaal $f'(0)$.

4. Gegeven is dat de functie $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continu is op $[0, \infty)$ en differentieerbaar op $(0, \infty)$. Verder is gegeven dat $f(0) = 0$ en dat f' strikt stijgend is. Toon aan:

$$f(x) < x f'(x) \text{ voor alle } x \in (0, \infty).$$

Z.O.Z.

5. De Taylorreeks van de functie $f(x) = 1 - e^{-x^2}$ rond $x = 0$ is gegeven door

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n.$$

Bepaal a_n voor alle $n \geq 0$ en geef aan voor welke x de reeks convergeert naar $f(x)$.

6. Toon aan, met behulp van boven- en ondersommen, dat $\cos(x)$ (Riemann-)integreerbaar is op $[0, \pi/2]$. [N.B. Je hoeft de waarde van de integraal niet te berekenen.]

7. Laat $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ een continue functie zijn. Definieer de functie $g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ door

$$g(x) = \int_x^{x^2} f(\sqrt{t}) dt.$$

Toon aan: $g'(1) = f(1)$. [Verklaar je stappen!]

8. Bereken:

a) $\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx,$

b) $\int_1^\infty \frac{\ln(x)}{x\sqrt{x}} dx,$

c) $\int_{-4}^{-2} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 6x + 10} dx.$

Normering:

1 : a) 3	2 : 5	3 : 3	4 : 3	5 : 4	6 : 4	7 : 2	8 : a) 2
b) 3							b) 3
							c) 4
6	5	3	3	4	4	2	9

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$