

Geef altijd voldoende uitleg bij je antwoorden! Het gebruik van een rekenmachine, een formuleblad of aantekeningen is niet toegestaan.

1. Bereken:

a) $\int_0^{\infty} x e^{-3x} dx,$

b) $\int_2^3 \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx.$

2. Los het volgende beginwaardeprobleem op:

$$\begin{cases} y''(x) - 3y'(x) - 4y(x) = 4x - 1, \\ y(0) = 1, y'(0) = 4. \end{cases}$$

3. Bepaal de algemene oplossing van:

$$y'(x) = 4xy^2(x).$$

4. De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{als } x = 0, \\ x^2 \cos\left(\frac{2}{x}\right) & \text{als } x \neq 0. \end{cases}$$

- a) Gebruik de definitie van de afgeleide om te laten zien dat f differentieerbaar is in 0 en bepaal $f'(0)$.
- b) Toon aan dat $f'(x)$ niet continu is in $x = 0$.
[Aanwijzing: bepaal eerst m.b.v. de rekenregels $f'(x)$ voor $x \neq 0$.]

Z.O.Z.

5. De functie $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ is differentieerbaar op $(0, 1)$ en f' is continu op $(0, 1)$. Verder is gegeven dat er punten $0 < x_1 < x_2 < x_3 < 1$ bestaan zó dat $f(x_1) > f(x_2)$ en $f(x_3) > f(x_2)$. Toon aan: er bestaat een punt $c \in (0, 1)$ waarvoor geldt $f'(c) = 0$. [Opmerking: vermeld welke stelling(en) je gebruikt hebt!]

6. Bereken de volgende limiet:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\arctan x} \right).$$

7. Stel $a < b$. Ga na of onderstaande bewering juist of onjuist is. Als de bewering juist is, geef dan een bewijs. Als de bewering onjuist is, geef dan een tegenvoorbeeld.

Als f begrensd is op $[a, b]$ dan is f Riemann-integreerbaar op $[a, b]$.

8. Op het interval $[1, 2]$ is de functiereeks $(f_n(x))$ gedefinieerd door

$$f_n(x) = \frac{3 + nx^2}{nx^3 + x^2}, n \geq 1.$$

Toon aan dat $(f_n(x))$ uniform convergeert op $[1, 2]$.

Normering:

1 : a) 2	2 : 5	3 : 3	4 : a) 4	5 : 5	6 : 4	7 : 2	8 : 5
b) 3			b) 3				
_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____	_____
5	5	3	7	5	4	2	5

$$\text{Eindcijfer} = \frac{\# \text{ punten}}{4} + 1$$