

Naam:

Uitwerkingen op dit blad!

Hertentamen

Afdeling Wiskunde

Analyse 1A

Faculteit der Exacte Wetenschappen

Datum: Dinsdag 6 Januari, 18:30 - 21:15

Instructies: 8 open vragen.

Geen rekenmachines, boeken, smartphones of formulebladen.

Normering: 1 (3 ptn), 2 (3 ptn), 3 (3 ptn), 4a (2 ptn), 4b (3 ptn), 5a (2 ptn), 5b (2 ptn), 5c* (2 ptn), 6 (3 ptn), 7 (3 ptn), 8 (3ptn).

Cijfer tentamen: # ptn/3 +1.

1. Bewijs dmv volledige inductie dat

$$\sum_{k=1}^n (k^3 - k) = \frac{1}{4}n(n+2)(n^2 - 1).$$

2. Bewijs dat $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$

3. Geef sup, inf, lim sup en lim inf van de volgende rij:

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n!}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

4. Bereken de volgende limieten:

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 6n^5 - 4n^6}{2n^5 + 2n^6}$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{1}{n} + 1} - \sqrt{1 - \frac{1}{n}} \right)$

5. Onderzoek of the volgende reeksen absoluut convergent, relatief convergent of divergent zijn

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 - 2n)e^{-n}$

$$(c)^* \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\log(1+n)}{n}$$

* Bonus som

6. Toon aan dat de volgende functie continu is in $x = 0$:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

7. Toon aan dmv de definitie van uniforme continuïteit dat de functie

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

uniform continu is op $\mathbb{R}$.

8. Gegeven twee continue functies $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Bewijs dat de functies, gedefinieerd als

$$h(x) := \min\{f(x), g(x)\},$$

continu is op $\mathbb{R}$.