

Gebruik van een niet-programmeerbare rekenmachine is toegestaan. U heeft de beschikking over een tabellenboekje.

1. Ter vergelijking van de juli-temperaturen in De Bilt en Eelde zijn bij het KNMI de gemiddelde juli-temperaturen over de jaren 1965-1973 verzameld:

jaar	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973
De Bilt	13.7	14.2	15.3	14.1	18.1	15.7	17.2	17.2	17.1
Eelde	13.4	14.1	14.9	14.1	17.5	15.1	17.0	17.1	16.7

- Toets de nul hypothese dat geen verschil in temperatuur bestaat bij onbetrouwbaarheidsdrempel 5% door het bepalen van een overschrijdingskans.
 - Bepaal een numeriek betrouwbaarheidsinterval voor het verschil $\mu - \nu$ in temperatuur, met betrouwbaarheid 0.95.
 - Welke statistisch model gebruikt u u bij a) en b)? Geef een volledige (maar korte) beschrijving.
 - Kan men uit het betrouwbaarheidsinterval van b) concluderen, dat de doorsnee juli-temperatuur in De Bilt hoger is dan in Eelde? Beargumenteer uw antwoord.
2. De stochastische grootheden $X_1, \dots, X_n$ zijn onderling onafhankelijk en identiek verdeeld met kansdichtheid

$$p_\theta(x) = (2x + 1)\theta e^{-(x^2+x)\theta} 1_{x>0}.$$

Hierin is $\theta > 0$ een onbekende parameter. Hieruit kan men afleiden dat $P_\theta(X_i^2 + X_i > z) = e^{-\theta z}$ voor $z > 0$, en bovendien dat de grootheid $2\sum_{i=1}^n (X_i^2 + X_i)$ een chikwadraat verdeling met $2n$ vrijheidsgraden bezit als $\theta = 1$. De waarneming is de vector $X = (X_1, \dots, X_n)$.

- Geef de algemene definitie van een pivot.
 - Laat zien dat $2\theta\sum_{i=1}^n (X_i^2 + X_i)$ een pivot is.
 - Bepaal een formule voor een betrouwbaarheidsinterval voor θ met betrouwbaarheid $1 - \alpha$ gebaseerd op de pivot uit b) uitgedrukt in kwantielen van de chikwadraat verdeling.
 - Bepaal de likelihood ratio statistiek voor het toetsen van de nulhypothese $H_0: \theta = \theta_0$.
 - Geef een formule voor een benaderend (voor n groot) betrouwbaarheidsinterval voor θ met betrouwbaarheid $1 - \alpha$ gebaseerd op de likelihood ratio statistiek.
 - Bepaal de waargenomen informatie voor θ (als functie van X).
 - Geef een formule voor een benaderend betrouwbaarheidsinterval voor θ met betrouwbaarheid $1 - \alpha$ gebaseerd op de meest aannemelijke schatter.
3. Een politieke partij behaalde bij de laatste verkiezingen 25 % van de stemmen. Door middel van een opiniepeiling willen we nagaan of dit percentage is gestegen. We toetsen daartoe de nulhypothese $H_0: p \leq 0.25$ op basis van het percentage aanhangers van de partij in een steekproef ter grootte n met teruglegging. Hoe groot moeten we n minimaal kiezen (bij benadering) om een fout van de eerste soort en een fout van de tweede soort in $p = 0.30$ van beide ten hoogste 5% te bewerkstelligen?

Normering:

- | | | |
|-------|-------|------|
| 1a: 3 | 2a: 2 | 3: 5 |
| 1b: 3 | 2b: 2 | |
| 1c: 3 | 2c: 2 | |
| 1d: 2 | 2d: 2 | |
| | 2e: 2 | |
| | 2f: 2 | |
| | 2g: 2 | |

Eindcijfer = totaal*3/10+1